

GHID REZOLVĂRI SUBIECTE BAC FIZICĂ

REZOLVĂRI DETALIATE ALE SUBIECTELOR

din ultimii 3 ani de la examenul de Bacalaureat



Bogdan Flueraru

INTRODUCERE

Salutare, dragi elevi!

Mă numesc Bogdan Flueraru și, deși astăzi lucrez ca inginer în automotive la Continental România, **am fost cândva în locul vostru, pregătindu-mă pentru examenul de bacalaureat la fizică.**

Am avut norocul să **particip la numeroase concursuri în timpul anilor de gimnaziu și liceu**, experiență care m-a învățat cum să abordez corect problemele și să navighez cu încredere prin subiectele de bacalaureat.

Știu că **fizica poate părea intimidantă** pentru mulți dintre voi, dar vreau să vă asigur că, **cu abordarea potrivită, oricine poate înțelege și rezolva problemele propuse la examen.**

Am creat acest ghid PDF gratuit pentru a vă ajuta să vă pregătiți **în mod eficient, oferindu-vă rezolvări detaliate ale subiectelor din ultimii 3 ani de la BAC.**

Abordarea mea se **bazează pe înțelegerea noțiunilor de bază și pe crearea unui sistem clar de rezolvare, astfel încât să puteți aborda examenul cu încredere și să obțineți nota pe care o meritați.**

Așadar, indiferent de nivelul vostru actual de cunoștințe sau de interesul pentru fizică, **vă invit să parcurgeți acest ghid și să descoperiți secretele succesului la bacalaureat.**

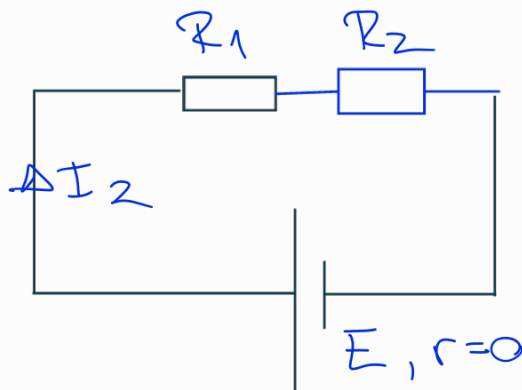
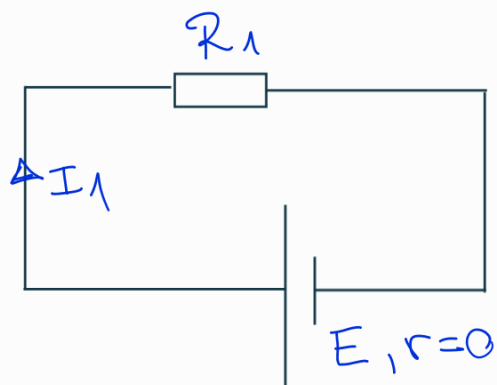
Sunt alături de voi în această călătorie și sunt convins că, împreună, vom reuși!

**Cu încredere,
Bogdan Flueraru**

1. La bornele unei baterii având rezistența interioară nulă este conectat un rezistor. Prin conectarea în serie cu primul rezistor a unui alt rezistor identic se poate afirma că:

- a. tensiunea la bornele bateriei scade;
- b. tensiunea la bornele bateriei crește;
- c. intensitatea curentului electric care străbate bateria scade;
- d. intensitatea curentului electric care străbate bateria rămâne nemodificată.

(3p)



a) Tensiunea la bornele bateriei este

$$U = E - u, \text{ unde } u = r \cdot I = 0 \text{ (tensiunea internă)}$$

$\Rightarrow U = E$ Tensiunea la borne este egală cu t.e.m. în orice situație (când $r=0$)

$\Rightarrow$ Tensiunea la borne NU scade

b) $U = E$. Tensiunea la borne NU crește.

c) Legea lui Ohm pentru circuit:

$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{E}{R}$$

$$I_1 = \frac{E}{R_1}, \quad I_2 = \frac{E}{R_1+R_2} \Rightarrow I_2 < I_1$$

rezistențe în serie

$\Rightarrow$ Intensitatea curentului SCADE

d) $I_2 < I_1 \Rightarrow$ Intensitatea curentului NU rămâne nemodificată

2. Simbolurile mărimilor fizice fiind cele utilizate în manualele de fizică, mărimea fizică exprimată prin produsul $U \cdot R^{-1} \cdot \Delta t$ are aceeași unitate de măsură ca și:

- a. sarcina electrică b. tensiunea electrică c. puterea electrică d. energia electrică (3p)

$$[U \cdot R^{-1} \cdot \Delta t] = [I \cdot \Delta t] = [q] = [\text{sarcina electrică}]$$

$$I = \frac{U}{R} \text{ (Ohm)}$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

3. Simbolurile mărimilor fizice fiind cele utilizate în manuale de fizică, unitatea de măsură în S.I. a mărimii exprimate prin produsul $P \cdot I^{-2}$ este:

- a. m b. m^2 c. $\Omega \cdot m$ d. Ω (3p)

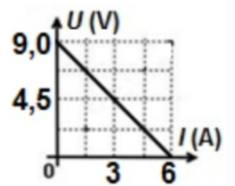
$$[P \cdot I^{-2}] = [U \cdot I \cdot I^{-2}] = [U \cdot I^{-1}] = [R] = \Omega$$

$$P = U \cdot I$$

$$R = \frac{U}{I}$$

4. La bornele unei baterii cu tensiunea electromotoare constantă se conectează un consumator a cărui rezistență electrică este variabilă. În figura alăturată este reprezentată dependența tensiunii la bornele bateriei de intensitatea curentului electric care trece prin aceasta. Valoarea rezistenței interioare a bateriei este:

- a. $9,0\Omega$
- b. $6,0\Omega$
- c. $1,5\Omega$
- d. $0,6\Omega$



(3p)

$$U = I \times R$$

Când $U = 0V$, $I = 6A$ (din grafic) $\left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow R = 0\Omega \\ I = 6A \end{array} \right.$

Când $I = 0A$, $U = 9V \Rightarrow$

$$\Rightarrow E = U + u = U + I \times r = U = 9V$$

$I = 0 \Rightarrow I \times r = 0$
 $r \neq \infty$

Legea lui Ohm pentru circuit în cazul ($R = 0\Omega$, $I = 6A$)

$$I = \frac{E}{R + r} \quad (\Rightarrow) \quad r = \frac{E}{I} - R = \frac{E}{I} = \frac{9}{6} = 1.5\Omega$$

5. Rezistența electrică a unui fir conductor la temperatura $t = 40^{\circ}\text{C}$ are valoarea $R = 11,8\Omega$. La temperatura $t_0 = 0^{\circ}\text{C}$, rezistența electrică a conductorului are valoarea $R_0 = 10\Omega$. Coeficientul de temperatură al rezistivității materialului din care este confecționat conductorul are valoarea:

a. $\alpha = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ b. $\alpha = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ c. $\alpha = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ d. $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ (3p).

$$R = R_0 (1 + \alpha t), \text{ unde } R_0 \text{ este rezistența la } 0^{\circ}\text{C}$$

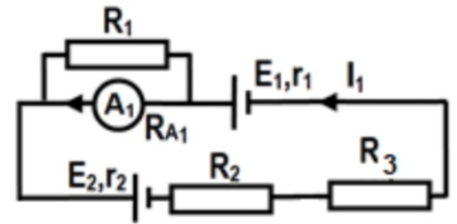
$$\Rightarrow R(40^{\circ}\text{C}) = R_0 (1 + \alpha \times 40)$$

$$\Rightarrow \alpha \times 40 = \frac{R(40^{\circ}\text{C})}{R_0} - 1 = \frac{11,8}{10} - 1 = 0,18$$

$$\alpha = \frac{0,18}{40} = 4,5 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

II. Rezolvați următoarea problemă:**(15 puncte)**

Se consideră circuitul electric a cărei schemă este reprezentată în figura alăturată. Se cunosc: $E_1 = 16\text{ V}$, $r_1 = 2\Omega$, $r_2 = 1\Omega$, $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 9\Omega$, $R_3 = 7,2\Omega$. Rezistența electrică a ampermetrului este $R_{A1} = 1\Omega$. Valoarea intensității curentului ce străbate sursa E_1 este $I_1 = 0,5\text{ A}$, având sensul indicat în figură.

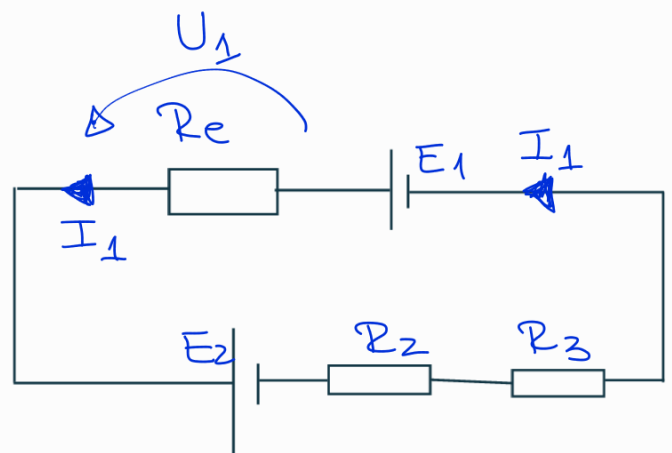
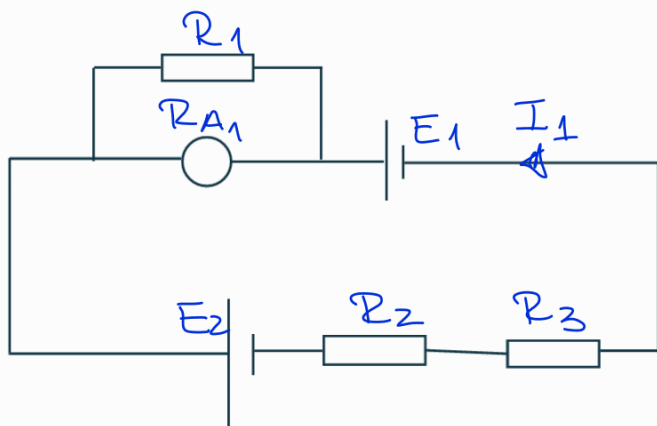


- Calculați valoarea tensiunii de la bornele rezistorului R_3 .
- Determinați valoarea I_{A1} a intensității curentului indicate de ampermetru.
- Calculați valoarea tensiunii electromotoare E_2 .
- Rezistorul R_2 este confecționat dintr-un fir metalic având lungimea $L = 75\text{ m}$ și secțiunea transversală $S = 0,75\text{ mm}^2$. Determinați valoarea rezistivității electrice a materialului din care este confecționat rezistorul R_2 .

a) E_1 și R_3 sunt pe aceeași ramură de circuit. Deci curentul care trece prin E_1 și R_3 este același. Tensiunea pe R_3 este dată de legea lui Ohm.

$$U_3 = I_1 \times R_3 = 0,5 \times 7,2 = 3,6\text{ V}$$

b) Curentul prin ampermetru îl aflăm cu legea lui Ohm. ($I = U/R$). Trebuie să aflăm întâi tensiunea la bornele ampermetrului. Aflăm rezistența echivalentă a lui R_1 și R_{A1} . Curentul prin rezistența echivalentă este I_1 . Aflăm tensiunea din legea lui Ohm



$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{A_1}} \Rightarrow R_e = \frac{R_1 R_{A_1}}{R_1 + R_{A_1}} = \frac{4 \times 1}{4 + 1} = 0.8 \Omega$$

$$U_1 = R_e \times I_1 = 0.8 \times 0.5 = 0.4 \text{ V}$$

(legea lui Ohm pe R_e)

U_1 este tensiunea la bornele ampermetrului.

$$\text{Deci } I_{A_1} = \frac{U_1}{R_{A_1}} = \frac{0.4}{1} = 0.4 \text{ A}$$

c) Scriem legea lui Kirchhoff pentru tensiuni. (pe circuitul echivalent).

$$E_1 - E_2 = I_1 (R_e + r_1 + r_2 + R_2 + R_3)$$

$$\Rightarrow E_2 = E_1 - I_1 (R_e + r_1 + r_2 + R_2 + R_3)$$

$$E_2 = 16 - 0.5 (0.8 + 2 + 1 + 9 + 7.2)$$

$$= 16 - 0.5 \times 20$$

$$= 16 - 10$$

$$E_2 = 6 \text{ V}$$

$$\text{d) } R = \rho \frac{l}{S} \Rightarrow \rho = R \frac{S}{l}$$

$$\rho_2 = R_2 \frac{S}{L} = 9 \times \frac{0.75 \times 10^{-6}}{75} = 9 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

III. Rezolvați următoarea problemă:

(15 puncte)

Două consumatoare, având rezistențele electrice $R_1 = 18\Omega$, respectiv $R_2 = 12\Omega$, sunt legate în paralel. Gruparea astfel formată este conectată la bornele unui generator cu tensiunea electromotoare $E = 40\text{ V}$ și rezistență interioară diferită de zero. Puterea electrică dezvoltată de consumatorul de rezistență electrică R_1 este $P_1 = 72\text{ W}$. Determinați:

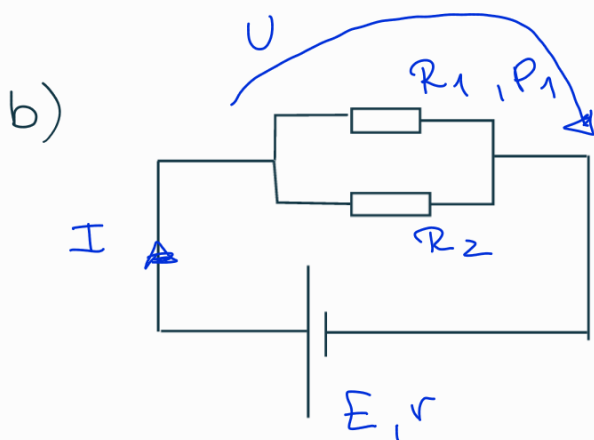
- energia electrică consumată de consumatorul de rezistență electrică R_1 în $\Delta t = 5$ ore de funcționare;
- intensitatea curentului electric care străbate generatorul;
- randamentul circuitului electric;
- valoarea rezistenței interioare a generatorului.

a) Relația dintre putere și energie electrică:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow W = P \times \Delta t$$

$$W_1 = P_1 \times \Delta t = 72 \times 5 \times 3600 = 1296 \text{ kJ}$$

(energie consumată pe R_1 în 5 ore)



Puterea electrică pe R_1 :

$$P_1 = U \cdot I_1 = \frac{U^2}{R_1}$$

(U , tensiunea la bornele lui R_1 este aceeași cu tensiunea la bornele generatorului)

$$\Rightarrow U = \sqrt{P_1 R_1} = \sqrt{72 \times 18} = 36 \text{ V}$$

Acum putem afla rezistența echivalentă, și în final curentul (din legea lui Ohm pe R_e)

$$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{18 \times 12}{18 + 12} = 7.2 \Omega$$

Curentul prin R_e este I , același cu curentul prin generator.

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{36}{7.2} = 5A$$

c) Randamentul este raportul dintre puterea transmisă consumatorilor (R_e) și puterea totală a sursei.

$$\eta = \frac{P_{ext}}{P_{total}} = \frac{U \times I}{E \times I} = \frac{U}{E} = \frac{36}{40} = 90\%$$

$$\begin{aligned} d) \quad E &= U + u \\ u &= I \times r \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{E - U}{I} = \frac{40 - 36}{5} = 0.8 \Omega$$

1. O grupare serie de rezistoare identice este conectată la o sursă de tensiune constantă. Acestei grupări i se adaugă în serie încă un rezistor identic. Intensitatea curentului prin sursă:

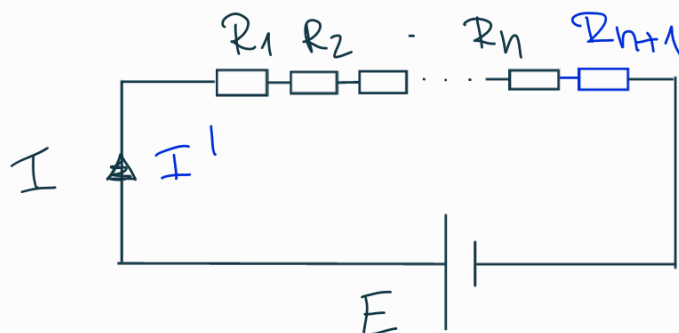
a. scade

b. rămâne constantă

c. crește

d. nu se poate preciza

(3p)



Intensitatea curentului este aceeași în tot circuitul

n rezistențe grupate în serie au rezistența echivalentă

$$R_S = \sum_{i=1}^n R_i$$

$n+1$ rezistențe au rezistența echivalentă

$$R_S' = \sum_{i=1}^{n+1} R_i = \sum_{i=1}^n R_i + R_{n+1} = R_S + R_{n+1}$$

Aplicăm legea lui Ohm pentru cele 2 situații:

$$I = \frac{E}{R_S}$$

$$I' = \frac{E}{R_S + R_{n+1}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_S + R_{n+1} > R_S \Rightarrow I' < I \end{array} \right.$$

Intensitatea curentului prin sursă scade.

2. Un fir metalic conductor are secțiunea transversală S și rezistența electrică R . Materialul din care este confecționat are rezistivitatea ρ . Lungimea ℓ a firului metalic se poate exprima prin relația:

- a. $\ell = \rho \cdot R \cdot S^{-1}$ b. $\ell = \rho^{-1} \cdot R \cdot S$ c. $\ell = \rho \cdot R^{-1} \cdot S$ d. $\ell = \rho \cdot R \cdot S$ (3p)

$$R = \rho \frac{\ell}{S} \Rightarrow \ell = \frac{R S}{\rho} = \rho^{-1} R S$$

3. Simbolurile mărimilor fizice fiind cele utilizate în manualele de fizică, unitatea de măsură a mărimii fizice exprimate prin $\sqrt{\frac{W}{R \cdot \Delta t}}$ este:

- a. A b. J c. V d. W (3p)

$$\left[\sqrt{\frac{W}{R \cdot \Delta t}} \right] = \left[\sqrt{\frac{\cancel{U} \cdot \cancel{I} \cdot \cancel{\Delta t}}{\cancel{U}/\cancel{I} \cdot \cancel{\Delta t}}} \right] = \left[\sqrt{I^2} \right] = [I] = A$$

$$W = UI \Delta t$$

$$R = U/I$$

4. La bornele unui generator electric se conectează un rezistor având rezistența electrică $R_1 = 4 \Omega$. Se deconectează acest rezistor, iar la bornele aceluiași generator se conectează un alt rezistor având $R_2 = 9 \Omega$. Se constată că puterea disipată de rezistorul R_1 este egală cu puterea disipată de rezistorul R_2 . Rezistența interioară a generatorului este:

a. $r = 2,5 \Omega$

b. $r = 5 \Omega$

c. $r = 6 \Omega$

d. $r = 6,5 \Omega$

(3p)

Puterea disipată pe rezistor este $P_{\text{ext}} = U \cdot I = I^2 \cdot R$
 (din $U = IR$ [↑]
 legea lui Ohm)

Legea lui Ohm pe întreg circuitul: $I = \frac{E}{R+r}$

Puteri egale în cele două cazuri:

$$P_1 = P_2 \Leftrightarrow I_1^2 \cdot R_1 = I_2^2 \cdot R_2$$

$$\Leftrightarrow \frac{E^2 R_1}{(R_1+r)^2} = \frac{E^2 R_2}{(R_2+r)^2}$$

$$\Leftrightarrow R_1(R_2+r)^2 = R_2(R_1+r)^2$$

$$\Leftrightarrow R_1(R_2^2 + r^2 + 2R_2r) = R_2(R_1^2 + r^2 + 2R_1r)$$

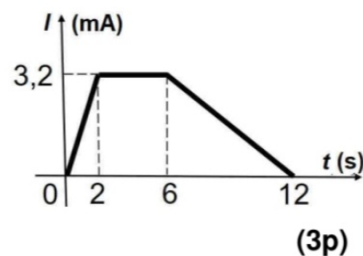
$$\Leftrightarrow R_1R_2^2 + R_1r^2 + 2R_1R_2r = R_2R_1^2 + R_2r^2 + 2R_1R_2r$$

$$\Leftrightarrow r^2(R_2 - R_1) = R_1R_2(R_2 - R_1)$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt{R_1R_2} = \sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6 \Omega$$

5. Un conductor metallic este străbătut de un curent a cărui intensitate variază în timp ca în graficul alăturat. Numărul de electroni ce străbat secțiunea transversală a conductorului în intervalul de timp $[2\text{ s}; 6\text{ s}]$ este egal cu:

- a. $4,0 \cdot 10^{17}$
- b. $3,2 \cdot 10^{17}$
- c. $1,2 \cdot 10^{17}$
- d. $0,8 \cdot 10^{17}$



$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q = I \Delta t = \text{Aria de sub grafic.}$$

Δq este sarcina care traversează conductorul în intervalul de timp $[2\text{ s}; 6\text{ s}]$.

$$\Delta q = 3.2 \times 10^{-3} \times (6 - 2) = 12.8 \times 10^{-3} \text{ C}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (\text{sarcina unui electron})$$

Numărul de electroni este sarcina totală împărțită la sarcina unui electron.

$$\Rightarrow N_e = \frac{\Delta q}{e} = \frac{12.8 \times 10^{-3}}{1.6 \times 10^{-19}} = 8 \times 10^{16}$$

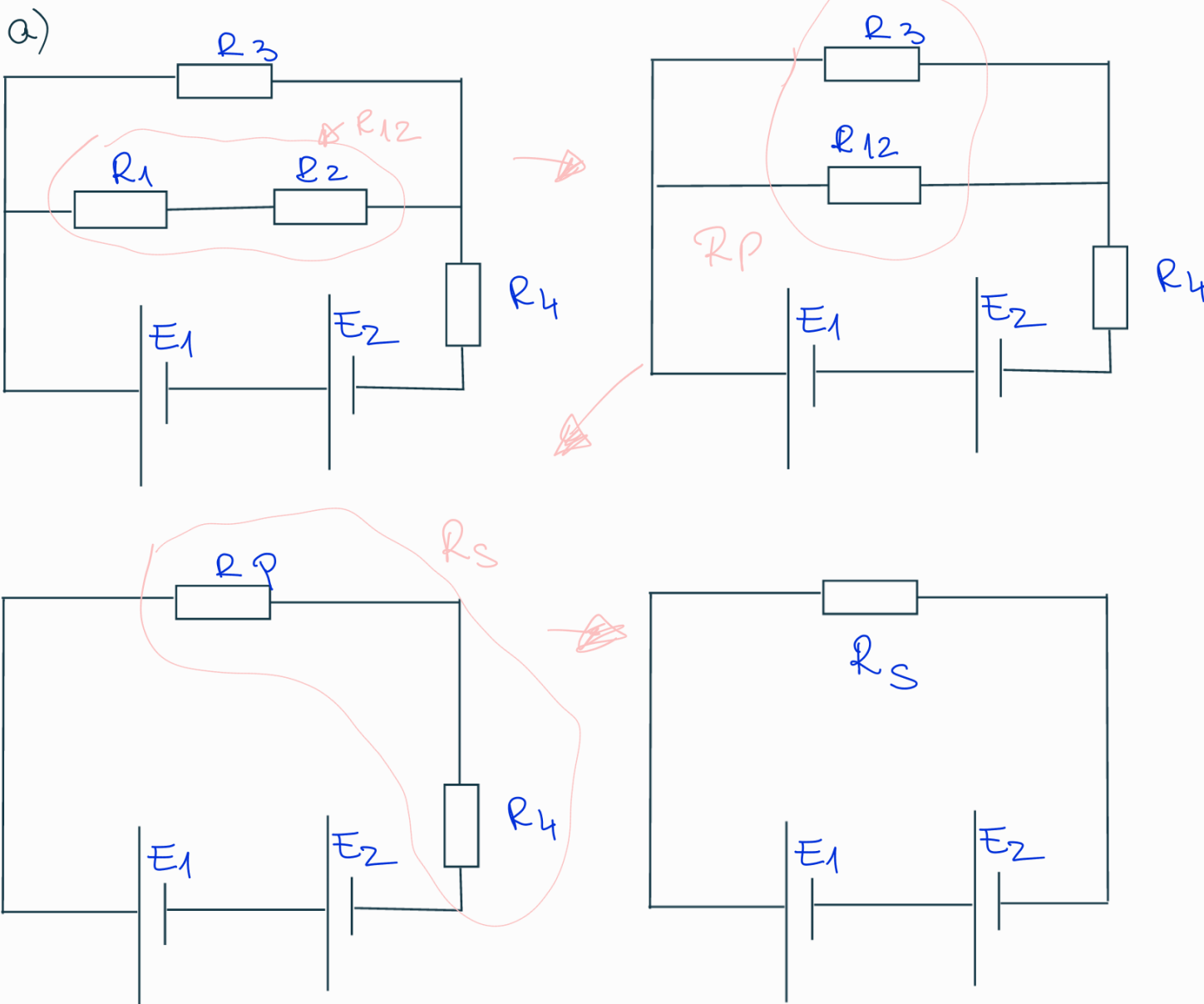
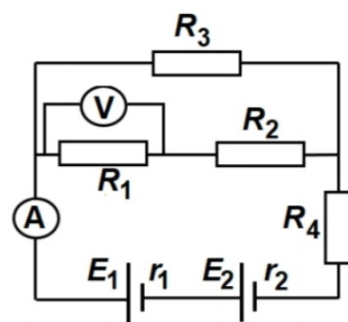
$$N_e = 0.8 \times 10^{17} \text{ electroni}$$

II. Rezolvați următoarea problemă:

(15 puncte)

În figura alăturată este reprezentată schema unui circuit electric. Se cunosc: $R_1 = 18 \Omega$, $R_2 = 42 \Omega$, $R_3 = 30 \Omega$, $R_4 = 24 \Omega$, $E_1 = 84 \text{ V}$, $E_2 = 12 \text{ V}$, $r_1 = r_2 = 2 \Omega$. Instrumentele de măsură montate în circuit sunt considerate ideale ($R_A \approx 0 \Omega$; $R_V \rightarrow \infty$). Determinați:

- rezistența echivalentă a grupării celor patru rezistoare;
- intensitatea curentului electric indicată de ampermetrul montat în circuit;
- tensiunea indicată de voltmetrul din circuit;
- intensitatea indicată de ampermetrul montat în circuit dacă bateria având t.e.m. E_2 este montată cu polaritate inversă.



$$R_{12} = R_1 + R_2 \quad (\text{serie})$$

$$R_p = \frac{R_{12} R_3}{R_{12} + R_3} \quad (\text{paralel})$$

$$R_s = R_p + R_4 \quad (\text{serie})$$

$$\Rightarrow R_{12} = 18 + 42 = 60 \Omega$$

$$R_p = \frac{60 \times 30}{60 + 30} = \frac{1800}{90} = 20 \Omega$$

$$R_s = 20 + 24 = 44 \Omega$$

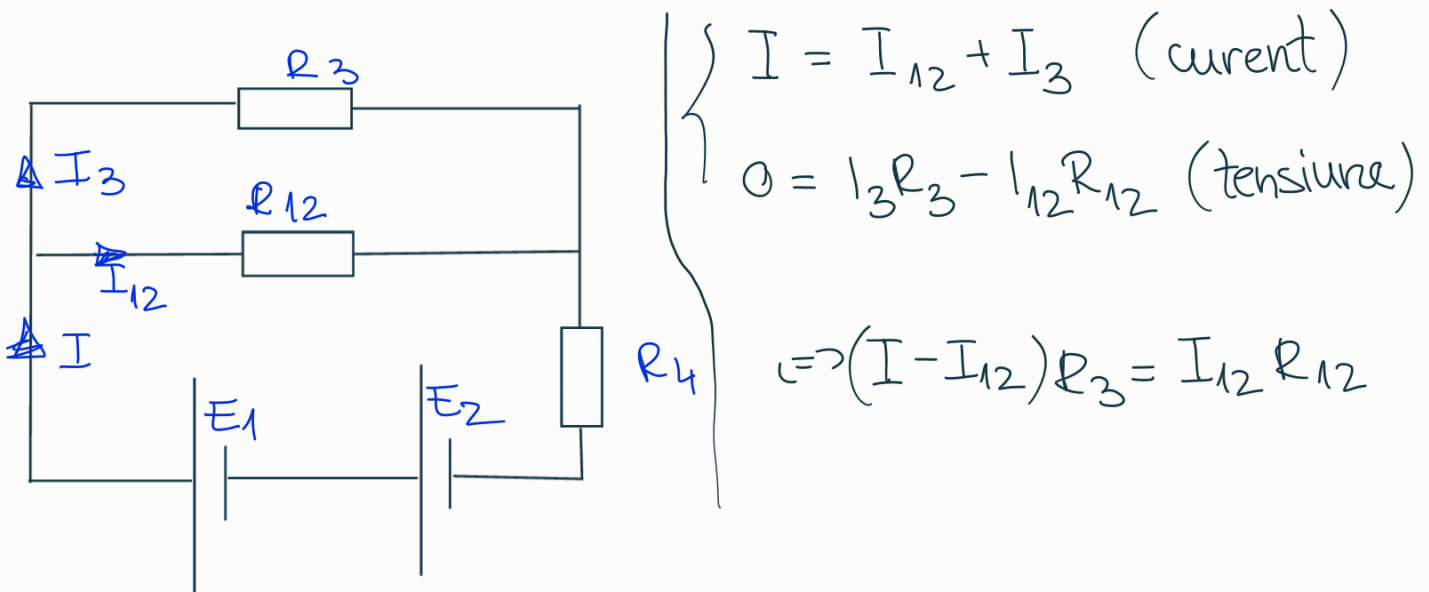
b) Aplica $\acute{m}$ e legea lui Ohm pe circuitul echivalent :

$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{E_1+E_2}{R_s+r_1+r_2} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{generatoare \textit{în} serie} \\ \text{rezisten\textit{te} \textit{în} serie} \end{array}$$

$$I = \frac{84+12}{44+2+2} = \frac{96}{48} = 2 \text{ A}$$

(curent prin generatoare, ampermetru, rezisten\textit{ta} echivalent\textit{a})

c) Trebuie s\textit{a} afl\textit{a}m curentul prin ramura de circuit cu R_1 din legile lui Kirchhoff, dup\textit{a} care afl\textit{a}m tensiunea pe R_1 (citit\textit{a} de voltmetru) folosind legea lui Ohm.



$$\Rightarrow I_{12} (R_{12} + R_3) = I R_3$$

$$\Rightarrow I_{12} = \frac{I R_3}{R_{12} + R_3} = \frac{2 \times 30}{60 + 30} = \frac{2}{3} \text{ A}$$

Aplicăm legea lui Ohm pe R_1 (prin care trece curentul I_{12}):

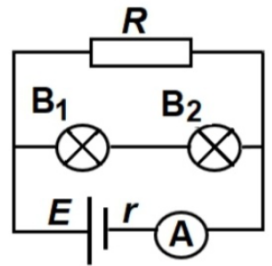
$$U_1 = I_{12} \times R_1 = \frac{2}{3} \times 18 = 12V$$

d) Rescriem legea lui Ohm pe circuitul echivalent (de la b)) dar t.e.m. echivalent acum este $E_1 - E_2$.

$$I' = \frac{E_1 - E_2}{R_S + r_1 + r_2} = \frac{84 - 12}{44 + 2 + 2} = \frac{72}{48} = 1.5A$$

III. Rezolvați următoarea problemă:**(15 puncte)**

În figura alăturată este reprezentată schema unui circuit electric. Bateria care alimentează circuitul are rezistența interioară $r = 8 \Omega$. Valoarea intensității curentului electric indicată de ampermetrul ideal ($R_A \approx 0 \Omega$) este $I = 0,75 \text{ A}$. Rezistorul, de rezistență $R = 96 \Omega$, este conectat în paralel cu gruparea serie a două becuri identice. Parametrii nominali ai unui bec sunt $P_b = 6 \text{ W}$ și $U_b = 12 \text{ V}$. Becurile funcționează la parametri nominali.



Determinați:

- rezistența electrică a unui bec;
- tensiunea electromotoare a bateriei;
- puterea electrică disipată pe rezistor;
- energia electrică consumată de circuitul exterior bateriei în intervalul de timp $\Delta t = 5 \text{ min}$.

a) Becul funcționează la parametri nominali P_b, U_b .

$$\text{Deci, } P_b = U_b \times I = \frac{U_b^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U_b^2}{P_b} = \frac{12^2}{6} = 24 \Omega$$

b) $E = U + u = U + Ir$

U , tensiunea la bornele generatorului, este aceeași cu tensiunea pe gruparea în serie a celor 2 becuri. Tensiunea pe fiecare bec este U_b , deci

$$U = 2U_b = 24 \text{ V}$$

$$E = U + Ir = 24 + 0,75 \times 8 = 30 \text{ V}$$

c) $P_R = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = \frac{(2U_b)^2}{R} = \frac{24^2}{96} = 6 \text{ W}$

Tensiunea pe rezistor e aceeași cu tensiunea pe gruparea de becuri, sau cu tensiunea la bornele generatorului. (toate 3 ramurile sunt 'în paralel')

$$d) P_{\text{ext}} = U \cdot I = 24 \times 0.75 = 18 \text{ W}$$

(produsul între tensiunea la borne și
curentul prin generator)

$$P_{\text{ext}} = \frac{W_{\text{ext}}}{\Delta t} \Rightarrow W_{\text{ext}} = P_{\text{ext}} \times \Delta t = 18 \times 5 \times 60$$

$$W_{\text{ext}} = 5.4 \text{ kJ}$$

1. La bornele unei baterii care funcționează în gol (circuit deschis) se conectează un voltmetru ideal ($R_V \rightarrow \infty$).

Tensiunea electrică indicată de voltmetru este:

- a. nenulă și mai mică decât tensiunea electromotoare a bateriei
- b. mai mare decât tensiunea electromotoare a bateriei
- c. nulă
- d. egală cu tensiunea electromotoare a bateriei.

(3p)

Tensiunea indicată de voltmetru este egală cu tensiunea electromotoare a bateriei. (d)

2. La bornele unui generator având t.e.m E și rezistența interioară r se conectează un consumator a cărui rezistență electrică R poate fi modificată. Expresia puterii maxime pe care generatorul o poate furniza consumatorului are expresia

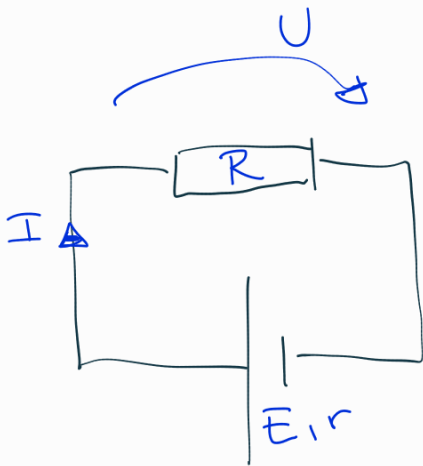
a. $P_{\max} = \frac{E^2}{4r}$

b. $P_{\max} = \frac{E^2}{R+r}$

c. $P_{\max} = \frac{E^2}{2r}$

d. $P_{\max} = \frac{E^2}{r}$

(3p)



$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{U}{R} \quad (\text{legea lui Ohm})$$

$$P_{\text{ext}} = UI = R I^2 = R \frac{E^2}{(R+r)^2}$$

$$P_{\text{ext}} \text{ maxim} \Rightarrow P_{\text{ext}}'(R) = 0 \quad (\text{maximul funcției}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{E^2(R+r)^2 - E^2 R \times 2(R+r)}{(R+r)^4} = 0$$

$$\Rightarrow \cancel{E^2} (R+r)^{\cancel{2}} = \cancel{E^2} R \times 2(R+r)$$

$$\Rightarrow R+r = 2R \Rightarrow \underline{r=R}$$

$$\Rightarrow P_{\text{ext max}} = r \times \frac{E^2}{(r+r)^2} = \frac{\cancel{E^2} r}{4 \cancel{r}^2} = \frac{E^2}{4r}$$

*

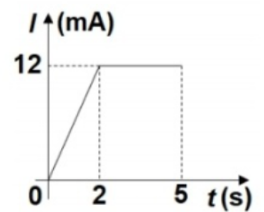
3. Simbolurile mărimilor fizice fiind cele utilizate în manualele de fizică, unitatea de măsură în S.I. a mărimii exprimate prin produsul $U^2 \cdot P^{-1}$ este:

- a. J b. Ω c. W d. A (3p)

$$[U^2 \cdot P^{-1}] = [U^2 \cdot (U \cdot I)^{-1}] = [U \cdot I^{-1}] = \Omega$$

4. În graficul din figura alăturată este reprezentată variația în timp a intensității curentului electric printr-un conductor metallic. În intervalul de timp $[3s; 5s]$, prin secțiunea transversală a conductorului este transportată sarcina electrică:

- a. 5 mC
- b. 10 mC
- c. 24 mC
- d. 40 mC



Intensitatea curentului electric (I) este cantitatea de sarcină (dq) care traversează o secțiune a conductorului în unitatea de timp (dt)

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (I \text{ constant pe porțiunea } [3s; 5s])$$

$$\Rightarrow \Delta Q = I \Delta t = 12 \times 10^{-3} \times 2 = 24 \text{ mC}$$

5. Un acumulator alimentează un consumator a cărui rezistență este $R_1 = 2\Omega$. Randamentul de transfer al energiei de la acumulator la consumator este $\eta = 75\%$. Dacă înlocuim consumatorul cu un alt consumator, a cărui rezistență electrică este de $R_2 = 1\Omega$, randamentul de transfer al energiei de la acumulator la noul consumator devine:

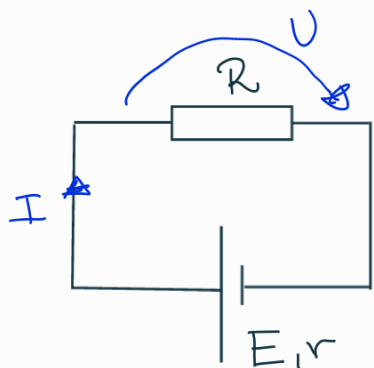
a. 25%

b. 60%

c. 75%

d. 80%

(3p)



Randamentul este raportul dintre puterea externă (puterea transmisă de către generator consumatorului) și puterea totală a generatorului.

$$\eta = \frac{P_{\text{ext}}}{P_{\text{tot}}}$$

$$P_{\text{ext}} = U \cdot I$$

$$P_{\text{tot}} = P_{\text{ext}} + P_{\text{int}} = UI + uI$$

$$U = I \cdot R$$

$$u = I \cdot r$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta} = \frac{UI}{UI + uI} = \frac{U}{U + u} = \frac{IR}{IR + Ir} = \boxed{\frac{R}{R + r}}$$

$$\eta_1 = 75\%$$

$$R_1 = 2\Omega$$

$$\Rightarrow r = \frac{R_1}{\eta_1} - R_1 = \frac{2}{3}\Omega$$

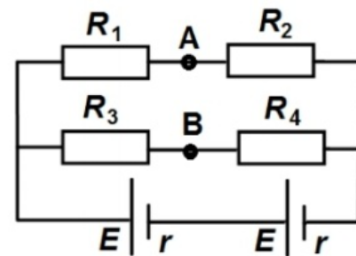
$$R_2 = 1\Omega \Rightarrow \eta_2 = \frac{R_2}{R_2 + r} = \frac{1}{1 + 2/3} = \frac{3}{5} = 60\%$$

II. Rezolvați următoarea problemă:

(15 puncte)

Două generatoare identice montate în serie, având fiecare t.e.m $E = 9\text{ V}$ și rezistența interioară $r = 2\ \Omega$, alimentează un circuit electric conform schemei din figura alăturată. Valorile rezistențelor electrice din circuit sunt: $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$, $R_3 = 40\ \Omega$ și $R_4 = 20\ \Omega$. Determinați:

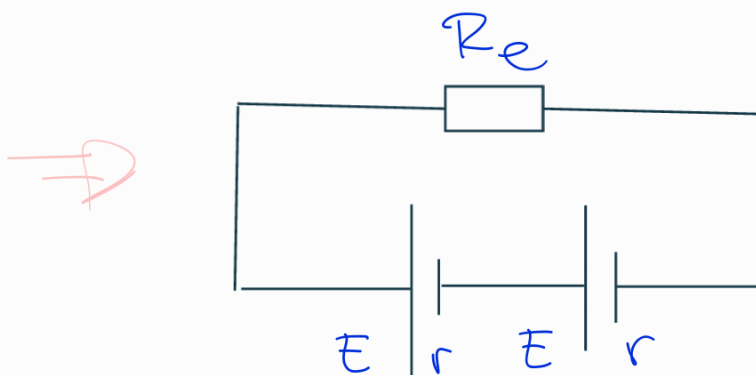
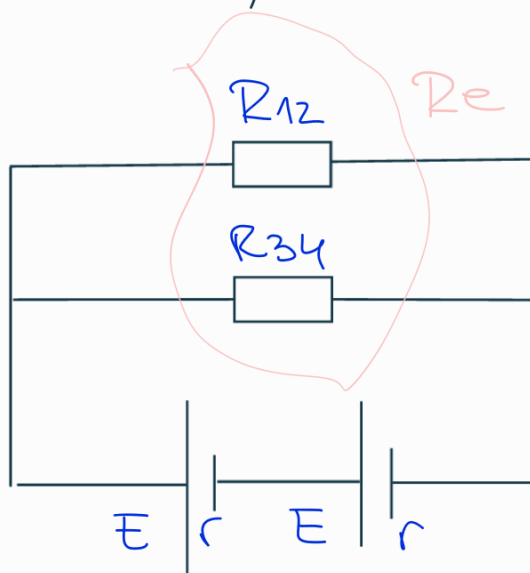
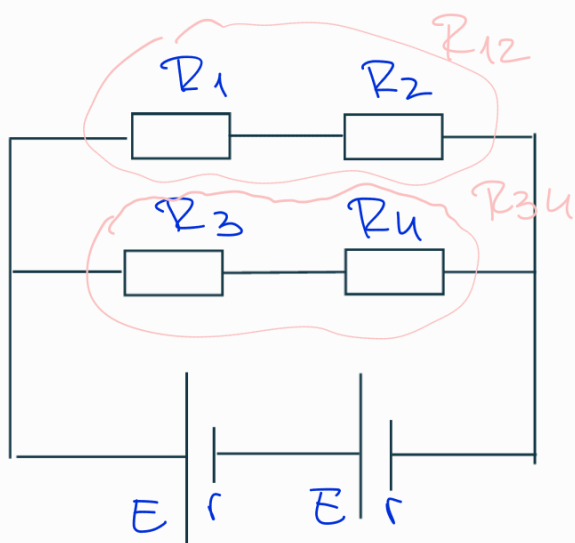
- rezistența echivalentă a grupării celor patru rezistoare;
- intensitatea curentului electric prin generatoare;
- tensiunea electrică la bornele rezistorului R_2 ;
- valoarea pe care ar trebui să o aibă rezistența electrică a unui alt rezistor montat în locul rezistorului R_4 , astfel încât un ampermetru ideal ($R_A \cong 0\ \Omega$) montat între punctele A și B să indice un curent electric cu intensitatea nulă.



a) R_1 și R_2 sunt grupate în serie $\Rightarrow R_{12}$

R_3 și R_4 sunt grupate în serie $\Rightarrow R_{34}$

R_{12} și R_{34} sunt grupate în paralel $\Rightarrow$ rezistența echivalentă a celor 4 rezistoare, R_e .



$$R_{12} = R_1 + R_2 = 30 \Omega$$

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 60 \Omega$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{34}} \Rightarrow R_e = \frac{R_{12} \times R_{34}}{R_{12} + R_{34}}$$

$$R_e = \frac{30 \times 60}{30 + 60} = \frac{1800}{90} = 20 \Omega$$

b) Aplicăm legea lui Ohm pe întreg circuitul (echivalent).

$$\left(I = \frac{E_e}{R_e + r_e} \right)$$

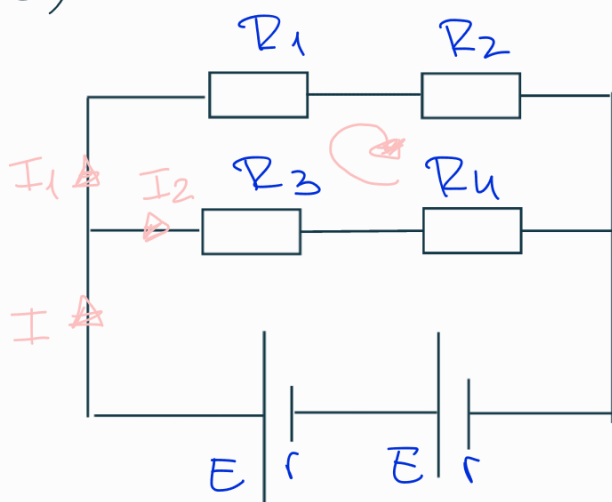
t.e.m. echivalentă
două surse E , în serie

$$I = \frac{2E}{R_e + 2r}$$

rezistență internă echivalentă.
două rezistențe r , în serie

$$I = \frac{18}{20 + 2 \times 2} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} = 0.75 \text{ A}$$

c)



Aplicăm legile lui Kirchhoff

$$\sum I_{\text{intră}} = \sum I_{\text{ies}} \text{ (nod)}$$

$$\sum E = \sum I \times R \text{ (cchi)}$$

$$I = I_1 + I_2 \quad (\text{current})$$

$$0 = I_1(R_1 + R_2) - I_2(R_3 + R_4) \quad (\text{tensiune})$$

↑
nu există sursă de
tensiune în ochi

termen negativ pentru că I_2
este în sens contrar sensului
ales pentru ochi.

$$\Rightarrow I_1(R_1 + R_2) = (I - I_1)(R_3 + R_4)$$

$$\Rightarrow I_1 = I \frac{R_3 + R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = 0.75 \times \frac{40 + 20}{10 + 20 + 40 + 20}$$

$$I_1 = 0.75 \times \frac{60}{90} = 0.5 \text{ A}$$

Știm curentul prin R_2 , și valoarea rezistenței.
Putem afla tensiunea pe rezistor cu legea lui Ohm.

$$U_{R_2} = I_1 \times R_2 = 0.5 \times 20 = 10 \text{ V}$$

d) Gruparea de rezistoare serie/paralel este o
punte Wheatstone. Intensitatea prin ampermetru
(și tensiunea între A și B) sunt nule atunci când
se respectă relația:

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \Rightarrow R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1} = \frac{20 \times 40}{10} = 80 \Omega$$

III. Rezolvați următoarea problemă:

(15 puncte)

Două becuri sunt legate în serie și conectate la bornele unui generator cu t.e.m $E = 120 \text{ V}$ și rezistența interioară $r = 16 \Omega$. Primul bec este caracterizat de valorile nominale $P_1 = 100 \text{ W}$ și $U_1 = 80 \text{ V}$. Cele două becuri funcționează la valori nominale. Determinați:

a. rezistența electrică a primului bec;

b. rezistența electrică a celui de-al doilea bec;

c. energia electrică consumată de cel de-al doilea bec în intervalul de timp $\Delta t = 2 \text{ min}$;

d. raportul dintre puterea consumată de circuitul exterior generatorului și puterea totală dezvoltată de generator.

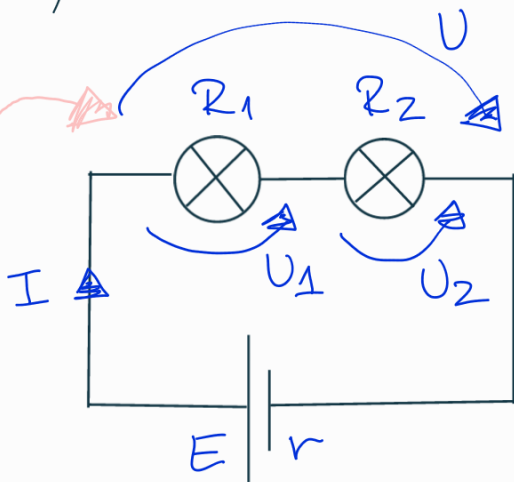
a) Becul funcționează la valori nominale.

$$P_1 = U_1 \times I_1 = \frac{U_1^2}{R_1}$$

($I_1 = U_1/R_1$, legea lui Ohm)

$$\Rightarrow R_1 = \frac{U_1^2}{P_1} = \frac{80^2}{100} = \frac{6400}{100} = 64 \Omega$$

b)



Curentul este același în tot circuitul (I).

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{80}{64} = 1,25 \text{ A}$$

(legea lui Ohm pe becul R_1)

$$E = U + u = U + Ir \Rightarrow U = E - Ir$$

$$U = 120 - 1,25 \times 16 = 120 - 20 = 100 \text{ V}$$

(tensiunea la bornele generatorului)

$$U = U_1 + U_2 \Rightarrow U_2 = U - U_1 = 100 - 80 = 20 \text{ V}$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{20}{1,25} = 16 \Omega$$

(legea lui Ohm pe becul R_2)

$$c) \quad P_2 = \frac{W_2}{\Delta t} \Rightarrow W_2 = P_2 \times \Delta t \quad (1)$$

$$P_2 = U_2 \times I = 20 \times 1.25 = 25 \text{ W} \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow W_2 = 25 \times 2 \times 60 = 3 \text{ kJ}$$

$$d) \quad \eta = \frac{P_{\text{ext}}}{P_{\text{tot}}} = \frac{UI}{EI} = \frac{U}{E} = \frac{100}{120} \approx 0.83$$

1. Dacă un corp coboară rectiliniu o pantă, astfel încât modulul vitezei corpului este constant în timp, atunci:
- a. energia potențială gravitațională este constantă în timp;
 - b. accelerația corpului crește în timp;
 - c. rezultanta tuturor forțelor care acționează asupra corpului este nulă;
 - d. energia cinetică a corpului crește în timp.

(3p)

- a) Energia potențială gravitațională depinde de înălțime. Corpul coboară, deci energia potențială scade.
- b) Viteza corpului este constantă. Deci accelerația $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ este nulă.
- c) Dacă accelerația este 0, atunci conform principiului I, $\vec{R} = m\vec{a} = 0$. Rezultanta forțelor este nulă.
- d) Viteza este constantă. Energia cinetică $E_c = \frac{mv^2}{2}$ este constantă.

2. Simbolurile mărimilor fizice fiind cele utilizate în manualele de fizică, relația de definiție a vitezei medii în mișcarea rectilinie este:

a. $v_m = d \cdot \Delta t$

b. $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

c. $v_m = \frac{\Delta F}{\Delta t}$

d. $v_m = \frac{\Delta t}{\Delta x}$

(3p)

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \left(\frac{\text{variația poziției}}{\text{durata totală}} \right)$$

3. Unitatea de măsură a mărimii exprimate prin produsul $a \cdot d$ dintre accelerație și deplasare este:

a. m/s

b. N·m

c. W

d. m²/s²

(3p)

$$[a \cdot d] = [a] \cdot [d] = \frac{m}{s^2} \cdot m = m^2/s^2$$

4. Un fir elastic are lungimea nedeformată $\ell_0 = 60 \text{ cm}$ și constanta elastică $k = 50 \text{ N/m}$. Se taie din acest fir o porțiune de lungime nedeformată $\ell'_0 = 12 \text{ cm}$. Sub acțiunea unei forțe deformatoare $F = 10 \text{ N}$, porțiunea de lungime $\ell'_0 = 12 \text{ cm}$ se alungește cu:

Constanta elastică depinde de material, secțiunea resortului, și lungimea nedeformată:

$$k = E \cdot \frac{S_0}{\ell_0}$$

După ce se taie porțiunea ℓ'_0 , avem un nou resort cu noua constantă

$$k' = E \cdot \frac{S_0}{\ell'_0} = k \cdot \frac{\ell_0}{\ell'_0} = 50 \cdot \frac{60}{12} = 250 \text{ N/m}$$

Forța elastică este egală cu forța deformatoare (în modul). (La finalul deformării există echilibru de forțe)

$$\text{Deci, } |F_e| = |F| = k' \Delta \ell'$$

$$\Rightarrow \Delta \ell' = \frac{F}{k'} = \frac{10}{250} \Rightarrow \Delta \ell' = 4 \text{ cm}$$

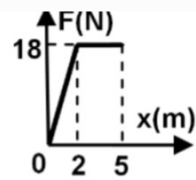
5. Un corp se deplasează rectiliniu, în lungul axei Ox, sub acțiunea unei forțe orientate pe direcția și în sensul mișcării. Modulul forței depinde de coordonata la care se află corpul conform graficului din figura alăturată. Lucrul mecanic efectuat de forță la deplasarea corpului între coordonatele 0 m și 5 m este:

a. 90 J

b. 72 J

c. 36 J

d. 18 J



(3p)

$$L = \int_{x_i}^{x_f} F(x) \cdot dx = \text{suprafața de sub funcție în graficul cu axele } F(x) \text{ și } x.$$

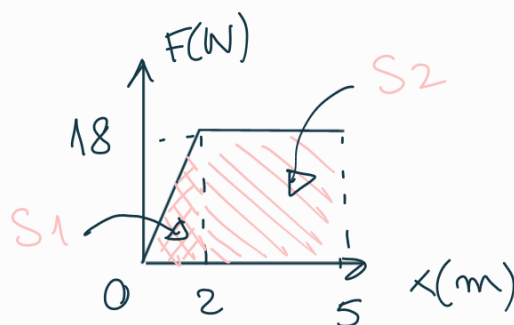
Deci L este suma dintre suprafața triunghiului și cea a dreptunghiului.

$$L = S_1 + S_2$$

$$= \frac{18 \cdot 2}{2} + 18 \cdot (5 - 2)$$

$$= 18 + 54$$

$$L = 72 \text{ J}$$

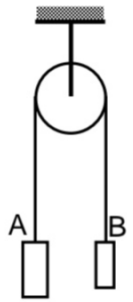


II. Rezolvați următoarea problemă:

Sistemul mecanic din figura alăturată este alcătuit din două corpuri A și B, legate prin intermediul unui fir inextensibil și de masă neglijabilă. Firul este trecut peste un scripete fără frecări și lipsit de inerție. La momentul inițial corpurile se află în repaus. După ce sistemul este lăsat liber, se constată că accelerația corpului A este orientată în jos și are valoarea $a = 5 \text{ m/s}^2$.

- Calculați valoarea vitezei corpului A la $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ din momentul în care sistemul este lăsat liber.
- Reprezentați toate forțele care se exercită asupra fiecăruia dintre cele două corpuri.
- Determinați valoarea raportului m_A / m_B dintre masa corpului A și masa corpului B.
- Determinați valoarea forței de apăsare din axul scripetelui, dacă $m_A = 300 \text{ g}$.

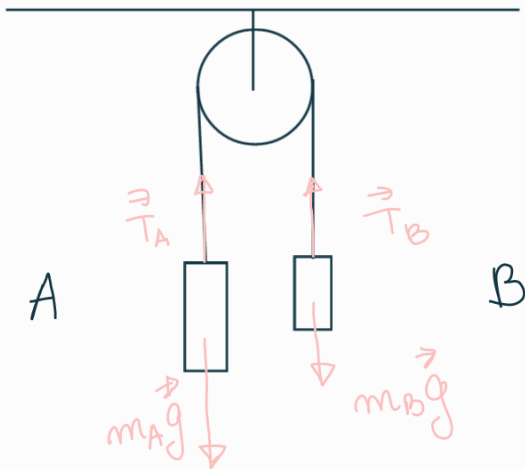
(15 puncte)



a) $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - 0}{\Delta t} = \frac{v}{\Delta t}$ (corpul inițial în repaus)

$$\Rightarrow v = a \cdot \Delta t = 5 \times 0,5 = 2,5 \text{ m/s}$$

b)



Singurele forțe care acționează asupra fiecărui corp sunt greutatea și tensiunea. Nu există forțe de frecare sau forțe normale. (corpurile nu sunt în contact cu altă suprafață)

c) Scriem Principiul II ($\vec{R} = m\vec{a}$) pentru fiecare dintre corpuri. Fiind un singur fir, fără frecări, magnitudinile forțelor de tensiune sunt egale. Magnitudinile accelerațiilor sunt, la fel, egale. (firul este întins, cu viteză/accelerația cu care coboară A, cu aceeași viteză/accelerație urcă B).

$$\begin{cases} m_A \vec{g} + \vec{T}_A = m_A \vec{a}_A \\ \vec{T}_B + m_B \vec{g} = m_B \vec{a}_B \end{cases} \quad (=)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_A g - T = m_A a & (1) \\ T - m_B g = m_B a & (2) \end{cases}$$

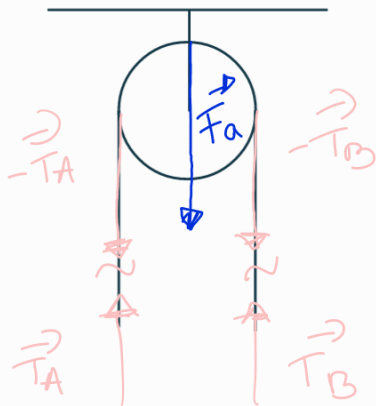
(adunăm relațiile și scăpăm de termenul T)

$$m_A g - m_B g = m_A a + m_B a$$

$$\Rightarrow m_A (g - a) = m_B (a + g)$$

$$\Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{g + a}{g - a} = \frac{10 + 5}{10 - 5} = \frac{15}{5} = 3$$

d)



Firul apasă pe scripete cu forța $\vec{F}_A$ egală cu suma tensiunilor din stânga și dreapta. (reprezentate $\vec{-T}_A$ și $\vec{-T}_B$ doar pentru a arăta sensul vectorilor, dar tensiunea fiind egală în tot firul & poate reprezenta și simplu, T)

$$\begin{cases} F_A = 2T \\ (1) \Rightarrow m_A g - T = m_A a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_A = 2T \\ T = m_A (g - a) \end{cases}$$

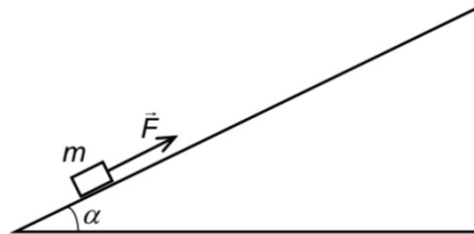
$$\Rightarrow \begin{cases} F_A = 2T \\ T = 0.3 \times (10 - 5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_A = 2 \times 1.5 = 3 \text{ N} \\ T = 1.5 \text{ N} \end{cases}$$

III. Rezolvați următoarea problemă:

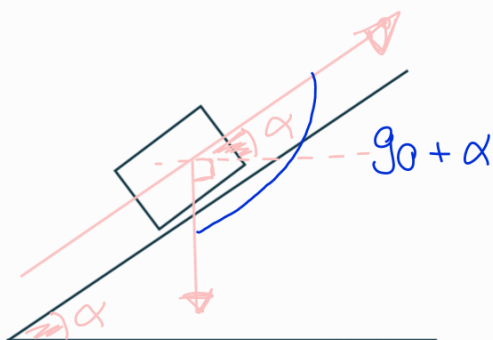
(15 puncte)

Un corp având masa $m = 1,0 \text{ kg}$ se află inițial în repaus la baza unui plan înclinat cu unghiul $\alpha = 30^\circ$ față de orizontală. Frecarea dintre corp și planul înclinat este neglijabilă. Asupra corpului acționează o forță de tracțiune constantă $F = 40 \text{ N}$, orientată în lungul planului înclinat, ca în figura alăturată. După ce corpul parcurge distanța $d = 20 \text{ cm}$, acțiunea forței $\vec{F}$ încetează, iar corpul continuă să urce pe plan. Planul înclinat este suficient de lung, astfel încât corpul nu părăsește suprafața planului înclinat. Energia potențială gravitațională se consideră nulă la baza planului înclinat. Determinați:

- lucrul mecanic efectuat de greutate în timpul urcării corpului, pe planul înclinat, pe distanța $d = 20 \text{ cm}$;
- energia cinetică a corpului în momentul în care acțiunea forței de tracțiune încetează;
- înălțimea h la care se află corpul față de baza planului înclinat în momentul în care, în timpul coborârii, energia cinetică a corpului este egală cu energia potențială gravitațională din acel moment;
- valoarea impulsului corpului în momentul în care revine la baza planului înclinat.



a) lucrul mecanic depinde de unghiul dintre forță și deplasare. ($L = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cos \theta$). Unghiul dintre greutate și deplasare este $\alpha +$



$$L = G \cdot d \cdot \cos(90 + \alpha)$$

$$L = -mgd \sin \alpha$$

$$(\cos(\alpha + 90) = -\sin \alpha)$$

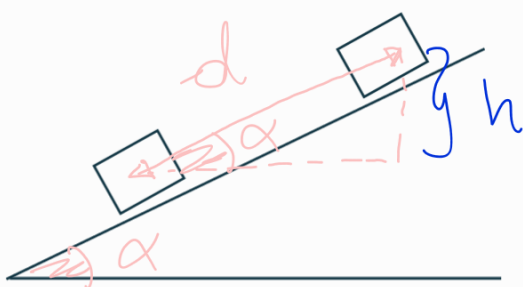
$$L = -1 \times 10 \times 0.2 \times \frac{1}{2}$$

$$L = -1 \text{ J}$$

SAU

(ca să nu apară greșeli la formule trigonometrice/semne)

lucrul greutății este $-mgh$. (negativ pentru că se opune deplasării). Iar $h = d \sin \alpha$.



$$\text{Deci } L_G = -mgd \sin \alpha$$

$$L_G = -1 \text{ J}$$

b) Inițial, corpul este în repaus, deci energie cinetică nulă.

($E_c = \frac{mv^2}{2} \overset{\text{punctul a}}{=} 0$). Corpul se deplasează pe distanța d și ajunge la o viteză (și energie cinetică) diferită de 0. Variația energiei cinetice este lucrul mecanic total efectuat asupra corpului. Aici forța F efectuează lucru mecanic pozitiv (mișcă corpul) și greutatea efectuează lucru mecanic negativ (se opune mișcării). Nu există F_f !

$$\Delta E_c = E_{c_{\text{final}}} - E_{c_{\text{inițial}}} = L_F + L_G$$

$$\Leftrightarrow E_{c_{\text{final}}} = F \cdot d + L_G \quad \swarrow -1 \text{ J (punctul a)}$$

$$\Leftrightarrow E_{c_{\text{final}}} = 40 \times 0.2 - 1 = 8 - 1 = 7 \text{ J}$$

c) Energia totală nu se pierde pe parcursul mișcării pentru că nu există forțe de frecare. Deci energia totală este aceeași în fiecare punct. Calculăm energia totală în momentul în care acțiunea forței F încetează

$$E_t = E_p + E_c = mgh + 7 \text{ J}$$

$$E_t = mgd \sin \alpha + 7 = 1 \times 10 \times 0.2 \times \frac{1}{2} + 7 = 8 \text{ J}$$

Știm că la h_1 energia cinetică și energia potențială sunt egale. Deci

$$\begin{cases} E_p(h_1) = E_c(h_1) \\ E_p(h_1) + E_c(h_1) = E_t \end{cases} \Rightarrow E_p(h_1) = \frac{E_t}{2} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow mgh_1 = \frac{E_t}{2} = \frac{8\text{ J}}{2} = 4\text{ J}$$

$$\Leftrightarrow h_1 = \frac{4}{1 \times 10} = 0.4\text{ m}$$

d) Când corpul ajunge la baza planului înclinat, toată energia potențială s-a transformat în energie cinetică.

$$E_t = E_c' = \frac{mv'^2}{2} \Rightarrow v' = \sqrt{\frac{2E_t}{m}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v' = \sqrt{\frac{2 \times 8}{1}} = \sqrt{16} = 4\text{ m/s}$$

Impulsul este $p = mv_2 = 1 \times 4 = 4\text{ kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}}$

1. Un corp cade pe verticală în câmp gravitațional uniform. Dacă viteza corpului este constantă în timp, atunci:
- a. energia mecanică a corpului este constantă în timp;
 - b. energia potențială a corpului crește în timp;
 - c. rezultanta tuturor forțelor care acționează asupra corpului este nulă;
 - d. lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului între două poziții diferite ale corpului este nul.
- (3p)

- a. Energia cinetică este constantă, dar energia potențială scade.
- b. Corpul cade, înălțimea la care se află corpul scade, deci EP scade.
- c. viteza este constantă, deci accelerația este 0.
Principiul al II-lea : $\vec{R} = m\vec{a}$. Deci rezultanta este 0.
- d. Lucrul mecanic este $L_G = mg\Delta h$. Pozițiile sunt diferite, corpul este în cădere, deci $\Delta h \neq 0$.
Deci, $L_G \neq 0$.

2. O forță de tracțiune F acționează asupra unui corp, efectuând lucrul mecanic L în timpul Δt . Puterea mecanică medie dezvoltată de forța de tracțiune este:

a. $P = \frac{F}{\Delta t}$

b. $P = \frac{L}{\Delta t}$

c. $P = L \cdot \Delta t$

d. $P = F \cdot \Delta t$

(3p)

$$P = \frac{L}{\Delta t} \quad (\text{definiție})$$

3. Mărimea fizică a cărei unitate de măsură poate fi exprimată prin produsul $N \cdot m \cdot s^{-1}$ este:
a. masa b. accelerația c. puterea mecanică d. energia mecanică

$$N \cdot m \cdot s^{-1} = kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot m \cdot s^{-1} = kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$$

$$[masa] = kg \quad \times$$

$$[accelerația] = m \cdot s^{-2} \quad \times$$

$$[puterea] = \frac{[energie]}{[timp]} = \frac{N \cdot m}{s} = N \cdot m \cdot s^{-1}$$

$$[energie] = J = N \cdot m = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \quad \times$$

4. Asupra unui corp de masă $m = 250\text{g}$, aflat pe o suprafață orizontală, acționează o forță, orientată orizontal, având modulul $F = 2\text{N}$. Corpul se deplasează cu viteză constantă. Valoarea coeficientului de frecare dintre corp și suprafața orizontală este:

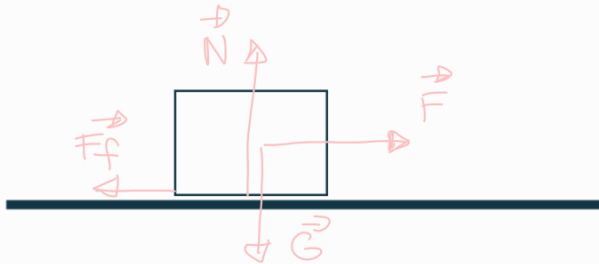
a. 0,2

b. 0,4

c. 0,6

d. 0,8

(3p)



Viteză constantă $\Rightarrow$ accelerație 0

$$\vec{R} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{R} = \vec{0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |\vec{F}| = |F_f| \\ |\vec{G}| = |\vec{N}| \end{cases} \quad (\Rightarrow)$$

$$\begin{cases} |\vec{G}| = |\vec{N}| \end{cases}$$

$$(\Rightarrow) \begin{cases} F = F_f \\ mg = N \end{cases}$$

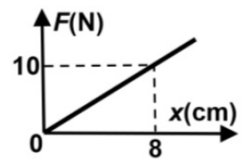
Știm că $F_f = \mu N$

$$\Rightarrow F = \mu mg \Rightarrow \mu = \frac{F}{mg} = \frac{2}{0.25 \times 10}$$

$$\Rightarrow \mu = 0.8$$

5. În graficul alăturat este reprezentată dependența modului F al forței elastice dintr-un resort de alungirea x a acestuia. Valoarea constantei elastice a resortului este:

- a. 125 N/m
- b. 80 N/m
- c. 12,5 N/m
- d. 8,0 N/m



(3p)

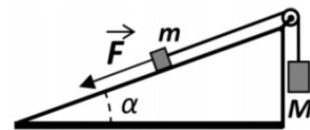
Forța elastică este $F_e = -kx \Leftrightarrow |F_e| = k|x|$

$$\Rightarrow k = \frac{|F_e|}{|x|} = \frac{10 \text{ N}}{8 \text{ cm}} = \frac{10}{0.08} \frac{\text{N}}{\text{m}} = 125 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

II. Rezolvați următoarea problemă:

(15 puncte)

Se consideră sistemul din figura alăturată. Cele două corpuri, de mase $m = 1,0\text{ kg}$, respectiv $M = 4,0\text{ kg}$, sunt legate prin intermediul unui fir inextensibil și de masă neglijabilă. Firul este trecut peste un scripete fără frecări și lipsit de inerție, aflat în vârful unui plan înclinat fix, care formează unghiul $\alpha = 30^\circ$ cu orizontala. Asupra corpului de masă m acționează o forță $\vec{F}$, orientată de-a lungul planului înclinat, ca în figură. Corpul de masă M **coboară** accelerat, cu accelerația $a = 1,0\text{ m/s}^2$.

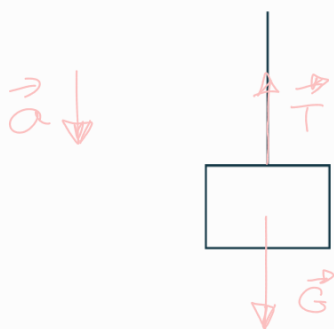


Coeficientul de frecare la alunecare dintre corpul de masă m și suprafața planului este $\mu = 0,58 \left(\approx \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$.

Determinați:

- valoarea tensiunii din fir;
- valoarea forței de apăsare exercitate asupra scripetelui;
- valoarea forței de frecare dintre corpul de masă m și suprafața planului înclinat;
- valoarea forței $\vec{F}$.

a) Asupra corpului M acționează doar 2 forțe: greutatea și tensiunea din fir.



$$\text{Principiul II: } \vec{R} = m\vec{a} \quad (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) \vec{G} + \vec{T} = M\vec{a}$$

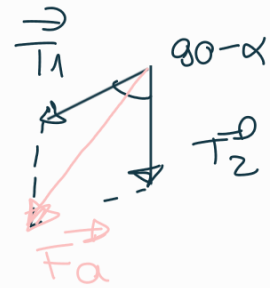
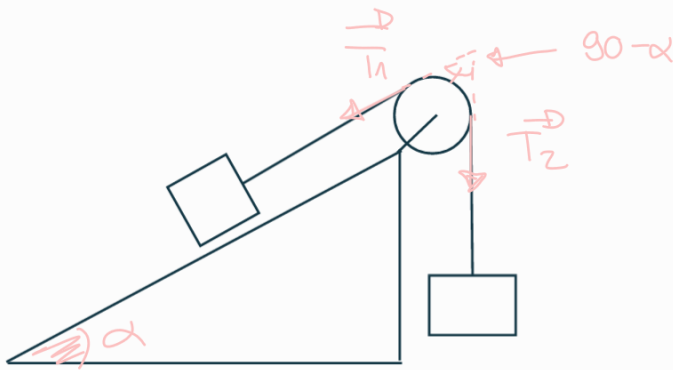
$$(\Rightarrow) G - T = Ma$$

(putem considera direcția pozitivă direcția în care se mișcă corpul, în jos.)

$$\Rightarrow T = G - Ma = Mg - Ma = M(g - a) = 4 \times (10 - 1)$$

$$\Rightarrow T = 36 \text{ N}$$

b) Asupra scripetelui apasă 2 forțe de tensiune, aflate la un unghi $(90-\alpha)$ între ele



Forța de apăsare este suma vectorială a celor 2 forțe de tensiune (de magnitudine T)

$$\vec{F}_a = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$$

$$|\vec{F}_a| = \sqrt{T^2 + T^2 + 2T \cdot T \cdot \cos 60^\circ}$$

$$= \sqrt{2T^2 + 2T^2 \cdot \frac{1}{2}}$$

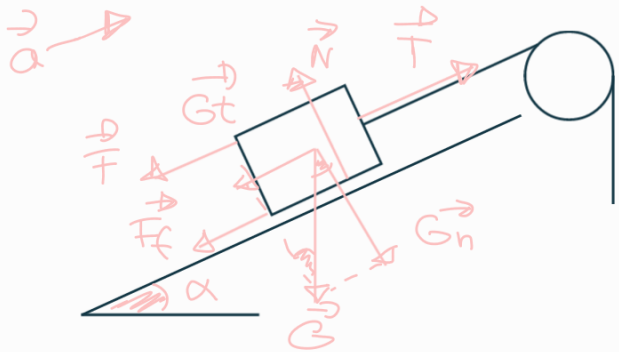
$$= \sqrt{3T^2}$$

$$= T\sqrt{3}$$

$$|\vec{F}_a| = 36\sqrt{3} \text{ N} \approx 62 \text{ N}$$

c) Corpul M coboară accelerat cu 'a' și este legat de corpul m (cu un fir întins). Deci, corpul m urcă pe planul înclinat cu accelerația 'a'.

Reprezentăm forțele și aplicăm principiul II ($\vec{R} = m\vec{a}$)



Descompunem Greutatea în G_n (normal pe plan) și G_t (tangential la plan).

Aplicăm legea a doua pe fiecare direcție:

$$\begin{cases} T - (G_t + F_f + F) = ma \\ N - G_n = 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} T - G \sin \alpha - F_f - F = ma \\ N = G \cos \alpha \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} T - G \sin \alpha - F_f - F = ma \\ N = mg \cos \alpha \end{cases} \quad \text{①}$$

$$\text{Știm că } F_f = \mu N$$

$$\Rightarrow F_f = \mu mg \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 1 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$F_f = 5 \text{ N} \quad \text{②}$$

d) Din ①, ② $\Rightarrow F = T - mg \sin \alpha - F_f - ma$

$$F = 36 - 1 \times \cancel{10}^5 \times \frac{1}{\cancel{2}} - 5 - 1 \times \cancel{1}^1 = 36 - 5 - 5 - 1$$

$$F = 25 \text{ N}$$

III. Rezolvați următoarea problemă:

(15 puncte)

Un corp de masă $m = 600\text{g}$ este lăsat să alunece, pornind din repaus, din punctul A, situat la înălțimea $h = 1,25\text{m}$, ca în figura alăturată. Corpul trece prin punctul B și intră pe porțiunea orizontală BC, de lungime $d = 2,25\text{m}$. Pe porțiunea curbată AB frecările sunt neglijabile, iar pe porțiunea orizontală BC coeficientul de frecare la alunecare este $\mu = 0,2$. În punctul C, corpul lovește un perete vertical fix, CD. Contactul cu peretele durează un timp $\Delta t = 7 \cdot 10^{-3}\text{s}$, după care corpul se întoarce și se oprește în punctul B.



Energia potențială gravitațională se consideră nulă la nivelul suprafeței BC. Determinați:

- energia mecanică a corpului în punctul A;
- valoarea vitezei corpului la trecerea prin punctul B;
- valoarea impulsului mecanic al corpului în punctul C, imediat înainte de a lovi peretele;
- valoarea forței medii cu care peretele a acționat asupra corpului în intervalul de timp Δt .

a) Corpul pornește din repaus de la înălțimea h , deci are doar energie potențială.

$$E_A = E_{cA} + E_{pA} = \underline{mgh} = 0,6 \times 10 \times 1,25 = \underline{7,5\text{ J}}$$

(corpul se află la înălțimea h față de suprafața BC, unde energia potențială este considerată nulă).

b) Cum nu există frecare pe porțiunea AB, energia se conservă între punctul A și punctul B. Toată energia (potențială) din A se transformă în energie cinetică în B.

$$E_A = E_B$$
$$\Leftrightarrow mgh = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 1,25} = \sqrt{25}$$
$$v = \underline{5\text{ m/s}}$$

SAU Teorema de variație a energiei cinetice spune că ΔE_c este egal cu lucrul mecanic efectuat de toate forțele care acționează asupra corpului, greutatea și normala în această situație. (normala este perpendiculară pe mișcare, deci $L_N = 0$)

$$\Delta E_c = L_G \Leftrightarrow \frac{mv^2}{2} - \frac{m \cdot 0^2}{2} = mgh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$
$$v = \underline{5\text{ m/s}}$$

c) Pentru a afla valoarea impulsului ($p_c = m \cdot v_c$) în punctul C, trebuie să aflăm viteza în C. Corpul are energie cinetică (viteză) în B. Frecarea pe BC scade din energia (viteză) corpului.

Variația energiei cinetice: $\Delta E_c = L_{F_f}$

$$\Leftrightarrow \frac{mv_c^2}{2} - \frac{mv_B^2}{2} = \underset{\substack{\uparrow \\ F_f = \mu N = \mu mg}}{F_f} \cdot d \cdot \cos 180^\circ \quad \uparrow F_f \text{ în sens invers deplasării}$$

$$\Leftrightarrow \frac{mv_c^2}{2} - \frac{mv_B^2}{2} = -\mu mg \cdot d$$

$$\Rightarrow v_c^2 = v_B^2 - 2\mu g d \Rightarrow v_c = \sqrt{v_B^2 - 2\mu g d}$$

$$\Rightarrow v_c = \sqrt{5^2 - 2 \times 0.2 \times 10 \times 2.25}$$

$$\Rightarrow v_c = \sqrt{25 - 9} = 4 \text{ m/s}$$

$$\text{Deci, } p_c = m v_c = 0.6 \times 4 = 2.4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

d) Stim că după ciocnire corpul se întoarce cu o viteză v_c' , astfel încât să se oprească fix în punctul B. Toată energia pe care o are se pierde datorită lucrului mecanic al forței de frecare.

$$\Delta E_c = L F_f \Leftrightarrow 0 - \frac{m v_c'^2}{2} = -\mu mg d$$

$$\Rightarrow v_c' = \sqrt{2\mu g d} = \sqrt{2 \times 0.2 \times 10 \times 2.25}$$

$$v_c' = 3 \text{ m/s}$$

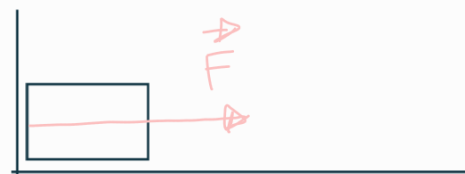
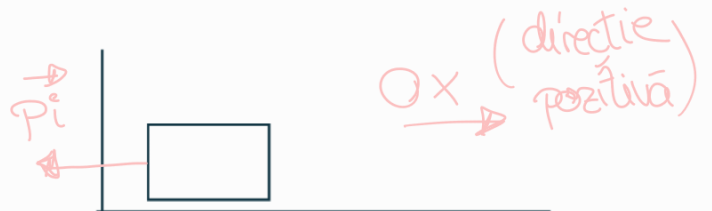
Forța cu care acționează peretele asupra corpului cauzează schimbarea vitezei și direcției. (variația impulsului). Teorema de variație a impulsului:

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

$$\Leftrightarrow \vec{p}_f - \vec{p}_i = \vec{F} \Delta t$$

$$\Leftrightarrow m v_c' - (-m v_c) = F \Delta t$$

explicatia semnelor



$$\Rightarrow F = \frac{m v_c' + m v_c}{\Delta t} = \frac{0.6 \times 3 + 0.6 \times 4}{7 \times 10^{-3}} = \frac{4.2}{7 \times 10^{-3}}$$

$$F = 600 \text{ N}$$

I. Pentru itemii 1-5 scrieți pe foaia de răspuns litera corespunzătoare răspunsului corect. (15 puncte)

1. Un corp cu masa m coboară uniform pe un plan înclinat cu unghiul α față de orizontală, de la înălțimea h_1 până la înălțimea h_2 . Lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului este:

a. $mg(h_2 - h_1)\sin\alpha$ b. $mg(h_1 - h_2)\sin\alpha$ c. $mg(h_2 - h_1)$ d. $mg(h_1 - h_2)$ (3p)

m, α, h_1, h_2

—

$L_G = ?$

—

variază Energia Potentțială a corpului.

Teorema de variație a EP: $L = -\Delta E_p$ } $\Rightarrow$
 $E_{p\text{initial}} = mgh_1$; $E_{p\text{final}} = mgh_2$

$$L = -(E_{p\text{final}} - E_{p\text{initial}}) = -(mgh_2 - mgh_1)$$

$$L = -mg(h_2 - h_1) = mg(h_1 - h_2)$$

SAU

Lucrul Mecanic al greutății depinde numai de masa corpului și de pozițiile inițiale și finale.

$L_G = \pm mgh$, unde L_G este pozitiv când corpul coboară, sau negativ când corpul urcă.

Corpul coboară de la h_1 la h_2 ,

deci $h_1 > h_2$ și $L_G > 0$

$$\Rightarrow L_G = \underbrace{+mg(h_1 - h_2)}_{>0}$$

OBS.: Nu contează dacă corpul urcă sau coboară (în situația din exercițiu), L_G are aceeași formulă.

OBS.: Nu contează valoarea lui α . Lucrul greutății depinde de diferența de înălțime.

2. Un corp având masa m este legat de un resort având constanta elastică k . În momentul în care resortul este alungit cu x , forța elastică are modulul:

a. $k \cdot |x| - m \cdot g$

b. $k \cdot |x|$

c. $k \cdot |x|^2 - m \cdot g$

d. $k \cdot |x|^2$

(3p)

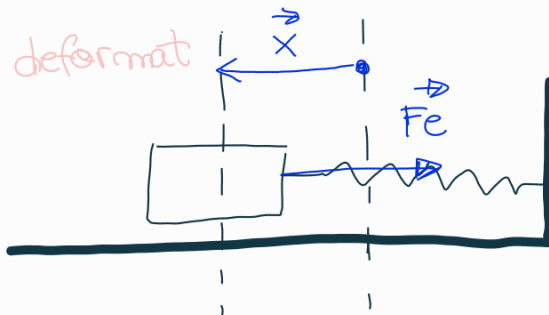
m, k, x
 $|F_e| = ?$

Forța elastică depinde de deformarea resortului, și se opune deformării.

nedeformat



deformat



$$\vec{F}_e = -k \vec{x}$$

$$|\vec{F}_e| = |-k \vec{x}| = k |x|$$

$$|\vec{F}_e| = k |x|$$

ORS.: Modulul /magnitudinea unui vector (a unei forțe) este pozitiv.

ORS.: Forța elastică nu depinde de masa corpului.

3. Forța de rezistență la înaintare a unui autoturism depinde de viteză conform relației $F_r = \alpha \cdot v + \beta \cdot v^2$, unde α și β sunt două constante. Unitatea de măsură în S.I. a constantei β este:

a. $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$

b. $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$

c. $\text{kg} \cdot \text{m}$

d. $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

(3p)

$$F_r = \alpha v + \beta v^2$$

$$[\beta]_{\text{SI}} = ?$$

$$[F_r]_{\text{SI}} = \text{N} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} [\alpha v] = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ [\beta v^2] = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Leftrightarrow [\beta][v^2] = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow [\beta] \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Leftrightarrow [\beta] \cdot \text{m} = \text{kg} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [\beta] = \frac{\text{kg}}{\text{m}} = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$$

Obs.: Forța imprimă unui corp o accelerație (Principiul II). $F = m \cdot a \Leftrightarrow [F] = [m] \cdot [a]$

$$\Leftrightarrow \text{N} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

mod de a afla unitatea de măsură a forței în SI.

4. Un jucător de fotbal lovește o minge aflată inițial în repaus. Ca urmare mingea capătă viteza $v = 15 \text{ m/s}$. Masa mingii este $m = 0,4 \text{ kg}$, iar durata loviturii $\Delta t = 0,01 \text{ s}$. Modulul forței medii aplicate mingii de jucător este:

a. $4 \cdot 10^2 \text{ N}$

b. $5 \cdot 10^2 \text{ N}$

c. $6 \cdot 10^2 \text{ N}$

d. $7 \cdot 10^2 \text{ N}$

(3p)

$$F, v, m, \Delta t$$
$$\frac{F_m = ?}{\Delta t}$$

Mingea accelerează la viteza v în Δt secunde.

Ecuatia de mișcare $v = v_0 + at$, unde $v_0 = 0$ (repaus inițial)

$$v = a \cdot \Delta t \Rightarrow a = \frac{v}{\Delta t} = \frac{15}{0.01} = 1500 \text{ m/s}^2$$

Principiul II spune legătura dintre forța aplicată unui corp, și accelerația pe care i-o imprimă.

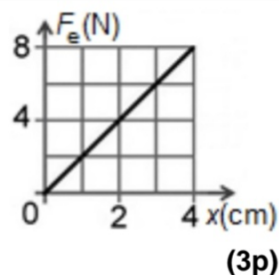
$$F = m \cdot a$$

$$F_m = 0.4 \times 1500 = 600 \text{ N} = 6 \times 10^2 \text{ N}$$

Forța medie necesară ca mingea să accelereze la 15 m/s în 0.01 s .

5. Un resort, inițial nedeformat, este alungit. În graficul din figura alăturată este reprezentată dependența modului forței elastice de alungirea resortului. Lucrul mecanic efectuat de forța elastică în timpul alungirii resortului până la $x = 4\text{cm}$ este:

- a. $-1,6\text{mJ}$
- b. $-3,2\text{mJ}$
- c. $-0,16\text{J}$
- d. $-0,32\text{J}$

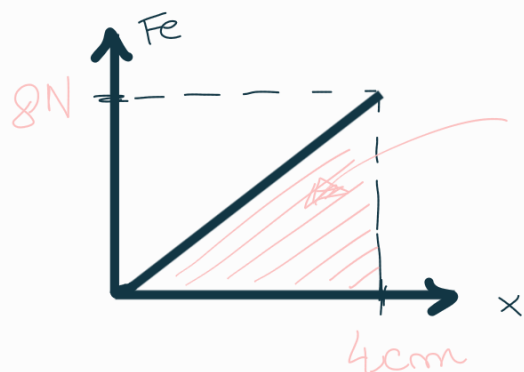


(3p)

$$L = ?$$

Cel mai simplu mod de a calcula L dintr-un grafic $F(x)$, este de a calcula aria de sub funcție până la axa Ox . ($L = \int_{x_i}^{x_f} F(x) \cdot dx$)

Geometric, este aria unui triunghi dreptunghic



$$L = \text{suprafața} = \frac{8\text{N} \cdot 4\text{cm}}{2} =$$

$$= \frac{8\text{N} \cdot 4 \cdot 10^{-2}\text{m}}{2}$$

$$= 16 \cdot 10^{-2}\text{Nm}$$

$$L = 0.16\text{ J}$$

SAU

Lucrul mecanic efectuat de forța elastică (în funcție de valoarea medie a forței) :

$$L = F_m \cdot \Delta x = \frac{F_{\min} + F_{\max}}{2} \times (x_{\text{final}} - x_{\text{initial}}) =$$

$$= \frac{8+0}{2} \cdot (4-0)\text{N} \cdot \text{cm} = 16\text{ N} \cdot \text{cm} =$$

$$= 16 \cdot 10^{-2}\text{ N} \cdot \text{m}$$

$$L = 0.16\text{ J}$$

II. Rezolvați următoarea problemă:

Un corp cu masa $m = 0,50 \text{ kg}$, aflat inițial în repaus, este ridicat de-a lungul unui plan înclinat cu unghiul $\alpha \cong 37^\circ$ ($\sin \alpha = 0,6$; $\cos \alpha = 0,8$) față de orizontală, sub acțiunea unei forțe $\vec{F}$ orientată **orizontal**, ca în figura alăturată. Coeficientul de frecare la alunecarea corpului pe suprafața planului înclinat este $\mu = 0,30$. Dependența de timp a vitezei corpului este redată în graficul alăturat.

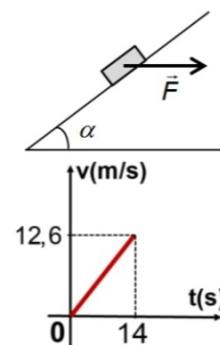
a. Reprezentați toate forțele care acționează asupra corpului în timpul urcării pe planul înclinat.

b. Calculați valoarea accelerației corpului.

c. Determinați modulul forței $\vec{F}$.

d. La momentul $t = 14 \text{ s}$ acțiunea forței $\vec{F}$ încetează. Calculați timpul de urcare a corpului pe planul înclinat, măsurat din momentul încetării acțiunii forței, până la oprirea corpului pe planul înclinat.

(15 puncte)



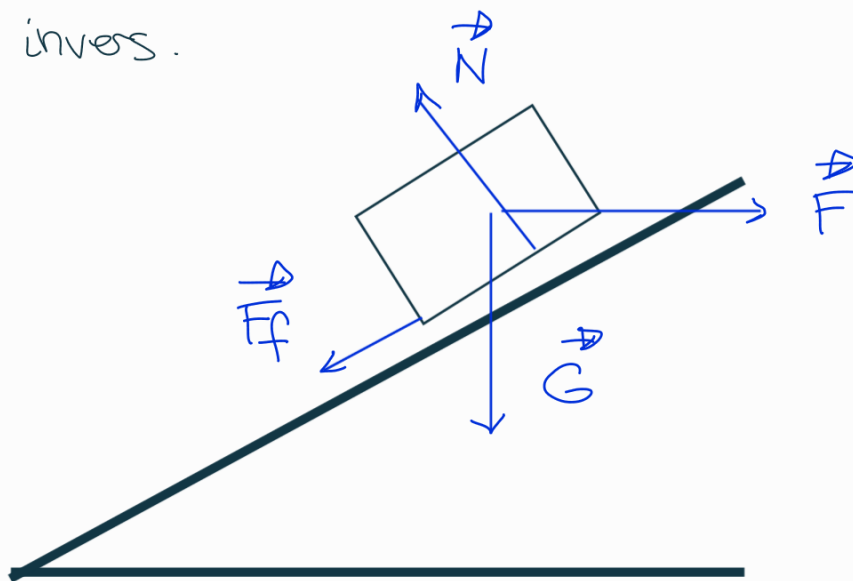
a) forțele care acționează asupra corpului:

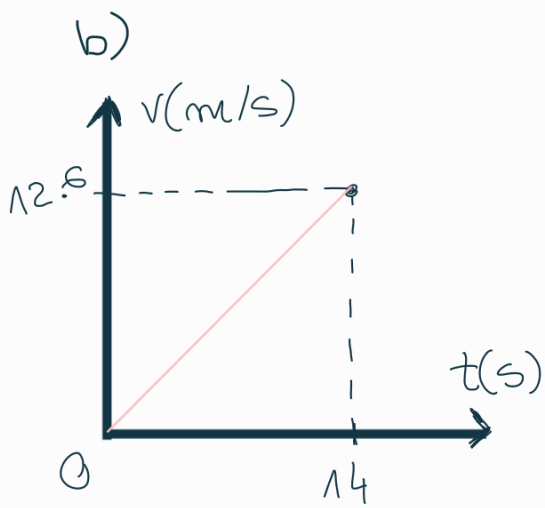
G - greutatea, mereu pe direcție verticală, în jos (spre centrul Pământului)

N - corpul este în contact cu planul înclinat, deci apasă pe acesta cu o forță de apăsare. Planul reacționează cu forța 'normală' (perpendiculară pe suprafața de contact)

F - forța orientată orizontal, care împinge corpul în sus pe planul înclinat.

F_f - forța apare la suprafața de contact dintre corp și plan, în sens invers mișcării (corpul urcă pe direcția planului, deci F_f este tot de-a lungul planului, în sens invers.





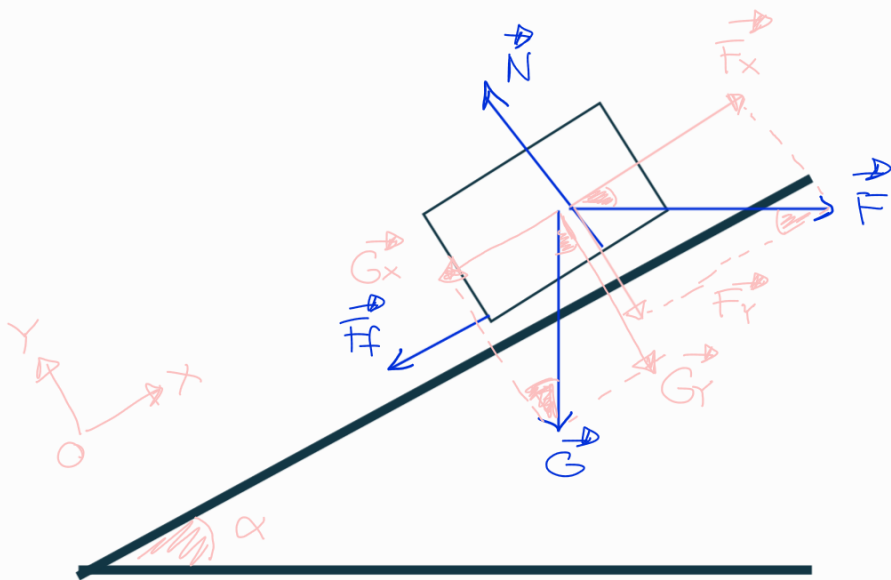
Accelerația este variația vitezei într-un interval de timp.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Din grafic, $a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{12,6 - 0}{14 - 0}$

$$a = 0.9 \text{ m/s}^2$$

c) Corpul urcă în mișcare rectilinie uniform accelerată pe planul înclinat. Accelerația este dată de forța rezultantă asupra lui. (Principiul II, $\vec{R} = m\vec{a}$)
Descompunem forțele pe Ox (direcția mișcării/planului) și Oy (perpendicular)



$$\vec{R} = m\vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} R_x = ma \\ R_y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Ox: \vec{F}_x + \vec{G}_x + \vec{F}_f = m\vec{a} \\ Oy: \vec{N} + \vec{F}_y + \vec{G}_y = 0 \end{cases}$$

(ecuații vectoriale)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} F_x - G_x - F_f = ma \\ N - F_y - G_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F \cos \alpha - mg \sin \alpha - \mu N = ma \\ N = mg \cos \alpha + F \sin \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow F \cos \alpha - mg \sin \alpha - \mu (mg \cos \alpha + F \sin \alpha) = ma$$

$$\Leftrightarrow F = \frac{ma + mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}$$

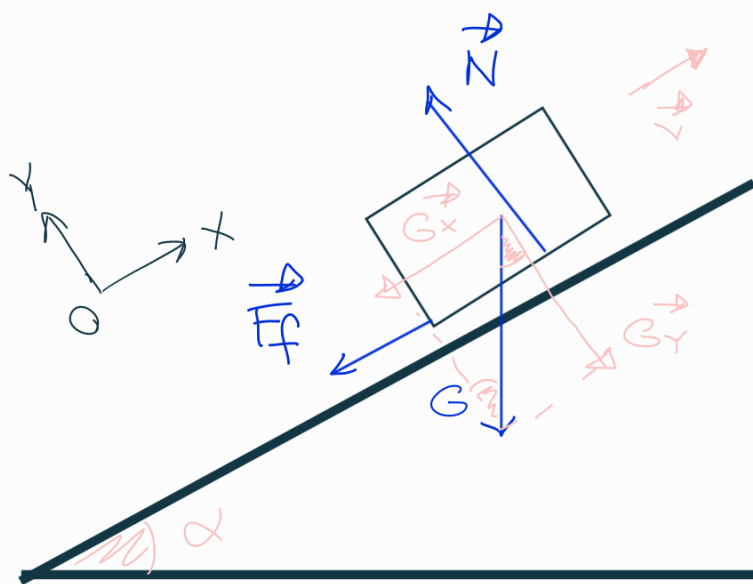
$$\Leftrightarrow F = \frac{0.5 \times 0.9 + 0.5 \times 10 \times 0.6 + 0.3 \times 0.5 \times 10 \times 0.8}{0.8 - 0.3 \times 0.6}$$

$$\Leftrightarrow F = \frac{0.45 + 3 + 1.2}{0.8 - 0.18} = \frac{4.65}{0.62} \quad F = 7.5 \text{ N}$$

OBS.: Se pot înlocui numeric mai devreme N , $F \cos \alpha$, $mg \sin \alpha$, pentru calcule mai simple.

OBS.: Atenție la scris ecuația pe OY ! Normala nu este egală cu greutatea pentru că corpul este pe plan înclinat ($N \neq G$), și nici cu componenta greutății perpendiculară pe plan ($N \neq G_Y$), pentru că forța F crește forța cu care apăsă m pe plan, deci crește și reacțiunea ei 'normala'. ($N = G_Y + F_Y$)

d) Similar cu punctul anterior, ne interesează forța rezultantă pe axa Ox . Forța F dispare, corpul e în urcare pe plan, dar încetinește datorită forței de frecare și a componentei pe Ox a gravitației. (Forța de frecare încă există. Nu dispare doar pentru că dispare forța F).



$$\begin{aligned} \vec{R}^D &= m\vec{a}' \Rightarrow \\ \begin{cases} Ox: \vec{F}_f + \vec{G}_x = m\vec{a}' \\ Oy: \vec{G}_y + \vec{N}' = \vec{0} \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} -\mu N' - mg \sin \alpha = ma' \\ N' = mg \cos \alpha \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow ma' = -\mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha$$

$$\Rightarrow a' = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = -8.4 \text{ m/s}^2$$

OBS.: Ca să nu fie confuzie la semnele termenilor din ecuație la trecerea din vectorial în scalar, cel mai ușor e să ne uităm la direcția vectorilor în sistemul $OxOy$ ales. $\vec{G}_x$ și $\vec{F}_f$ sunt invers față de Ox . Astfel, semnul lui a' ne spune direcția accelerației. (invers lui Ox , și a deplasării corpului, pentru că corpul încetinește).

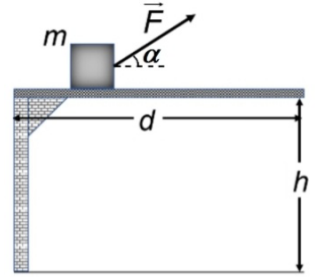
Forța rezultantă (și accelerația) sunt constante până corpul se oprește. Știm viteza corpului la $t = 14 \text{ s}$ ($v = 12.6 \text{ m/s}$), deci trebuie să aflăm în cât timp ajunge viteza de la v la 0 , știind că accelerația este $a' = -8.4 \text{ m/s}^2$.

$$a' = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta v}{a'} = \frac{0 - v}{a'} = \frac{-12.6}{-8.4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a' = 1.5 \text{ s}$$

III. Rezolvați următoarea problemă:**(15 puncte)**

Un corp având masa $m = 1 \text{ kg}$ se află în repaus pe o platformă orizontală situată la înălțimea $h = 0,6 \text{ m}$ față de sol. Sub acțiunea unei forțe constante $F = 5\sqrt{2} \text{ N}$, care formează cu orizontala unghiul $\alpha = 45^\circ$, ca în figura alăturată, corpul parcurge distanța $d = 0,5 \text{ m}$. Când corpul ajunge la capătul platformei, acțiunea forței $\vec{F}$ încetează, iar corpul se desprinde de platformă. Mișcarea pe suprafața orizontală are loc cu frecare, coeficientul de frecare la alunecare fiind $\mu = 0,2$. Se neglijează interacțiunea cu aerul. Energia potențială gravitațională se consideră nulă la nivelul solului. Determinați:



- lucrul mecanic efectuat de forța F ;
- viteza corpului după parcurgerea distanței d ;
- puterea medie dezvoltată de forța F ;
- modulul impulsului corpului în momentul imediat anterior impactului cu solul.

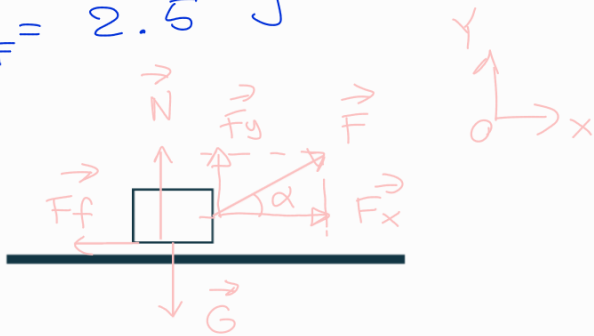
a) Lucrul mecanic efectuat de o forță constantă pe o distanță d este

$$L_F = \vec{F} \cdot \vec{d} = F d \cos \alpha \quad (\alpha - \text{unghiul dintre forță și deplasare})$$

$$L_F = 5\sqrt{2} \cdot 0,5 \cdot \cos 45^\circ = 5\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$L_F = 2,5 \text{ J}$$

b)



$$\vec{R} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} OX: & F_x - F_f = ma \\ OY: & N + F_y - G = 0 \end{cases}$$

$$\text{din ecuația pe } OY \Rightarrow N = G - F_y = mg - F \sin \alpha$$

$$\text{Știm că forța de frecare este } F_f = \mu N$$

$$\Rightarrow F_f = \mu (mg - F \sin \alpha) \quad (1)$$

Ca să aflăm viteza corpului, cel mai ușor este să folosim **teorema variației energiei cinetice**. În funcție de lucrul mecanic efectuat de forțe (singurele care contribuie la mișcare sunt F și F_f), aflăm cu cât a crescut EC a corpului și implicit viteza.

$$L_R = \Delta E_c \quad (=)$$

$$(\Rightarrow) L_F + L_{F_f} = E_{c_{\text{final}}} - E_{c_{\text{initial}}}$$

$$(\Rightarrow) L_F + L_{F_f} = \frac{mv^2}{2} \quad (2)$$

$$\text{Aflăm } L_{F_f} = \vec{F_f} \cdot \vec{d} = F_f \cdot d \cdot \cos 180^\circ$$

$$L_{F_f} = \mu(mg - F \sin \alpha) \cdot d \cdot (-1) \quad (\text{din } (1))$$

$$= -0.2(10 - 5\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}) \cdot 0.5$$

$$= -0.5 \text{ J} \quad (3)$$

$$\text{De la a) știm } L_F = 2.5 \text{ J} \quad (4)$$

$$\text{Din } (2), (3), (4) \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = 2.5 - 0.5$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{4} \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

OBS.: Se poate rezolva și folosind ecuații de mișcare, dar pentru că e mișcare accelerată, este poate mai ușor să folosim variația energiei cinetice.

$$c) P_m = \frac{L_F}{\Delta t} = \frac{F \cdot d \cdot \cos \alpha}{\Delta t} = F \cdot \frac{d}{\Delta t} \cdot \cos \alpha$$

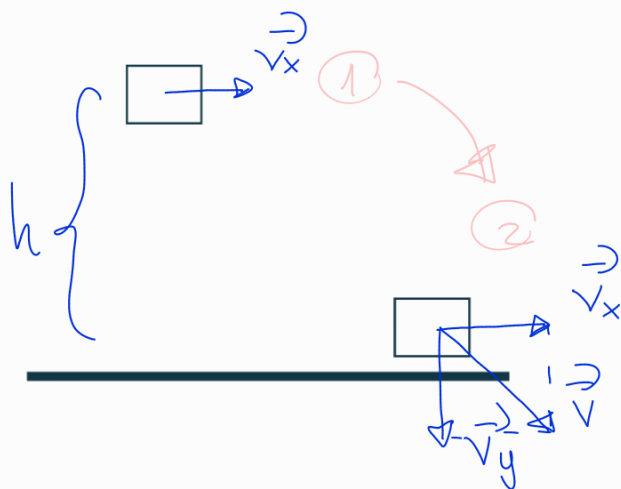
$$P_m = F \cdot v_m \cdot \cos \alpha. \quad (1)$$

viteza crește constant de la 0 la v final (2 m/s , calculat la b)). Deci viteza medie este media aritmetică, $v_m = \frac{v_i + v_f}{2} = \frac{0 + 2}{2} = 1 \text{ m/s}$ (2)

$$\text{din } (1), (2) \Rightarrow P_m = 5\sqrt{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 5 \text{ W}$$

d) Corpul are 2 componente ale vitezei în momentul impactului.

$v_{ox} = 2 \text{ m/s}$. Viteza pe axa Ox se păstrează, pentru că nu mai acționează nicio forță (F_x sau F_f).
Viteza pe Oy este dată de transformarea din energie potențială a corpului la înălțimea h , în energie cinetică.



$$E_1 = E_2 (=)$$

$$\Leftrightarrow E_{p1} + E_{c1} = E_{p2} + E_{c2}$$

$$E_{p1} = mgh \quad E_{p2} = 0$$

$$E_{c1} = \frac{mv_x^2}{2} \quad E_{c2} = \frac{mv_x^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2}$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{mv_y^2}{2} \Rightarrow v_y = \sqrt{2gh} = \sqrt{12} \text{ m/s}$$

Impulsul este $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Modulul impulsului este $|\vec{p}| = m |\vec{v}|$

$$|\vec{p}| = m \cdot \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 1 \times \sqrt{2 + \sqrt{12}^2} = \sqrt{16}$$

$$|\vec{p}| = 4 \text{ Kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ORȘ. Se poate calcula viteza totală finală din teorema de variație a energiei cinetice:

$$\Delta E_c = L_{\text{total}} \quad (=) \quad \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv^2}{2} = mgh ,$$

fără să fie nevoie de descompunerea pe axe a vitezei.

1. La trecerea luminii printr-o lentilă, razele care formează imaginea:

- a. sunt deviate ca urmare a reflexiei luminii;
- b. sunt deviate ca urmare a refracției luminii;
- c. suferă efect fotoelectric extern;
- d. nu sunt deviate.

(3p)

La trecerea luminii printr-o lentilă, razele sunt deviate ca urmare a REFRAȚIEI luminii

2. Un sistem optic centrat este format din două lentile. Simbolurile mărimilor fizice fiind cele utilizate în manuale, unitatea de măsură în Sistemul Internațional a produsului $C_1 \cdot f_2$ dintre convergența unei lentile și distanța focală a celeilalte este aceeași cu unitatea de măsură a produsului:

a. $x_2 \cdot x_1^{-1}$

b. $x_2 \cdot x_1$

c. $f_2 \cdot f_1$

d. $f_2^{-1} \cdot f_1^{-1}$

(3p)

$$[C_1 \cdot f_2] = m^{-1} \times m = 0 \text{ (adimensional)}$$

$$[x_2 \cdot x_1^{-1}] = m \times m^{-1} = 0$$

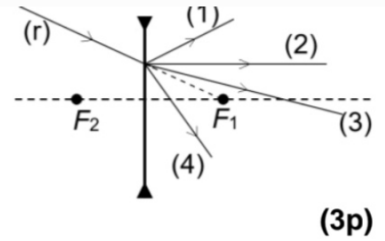
$$[x_2 \cdot x_1] = m^2$$

$$[f_2 \cdot f_1] = m^2$$

$$[f_2^{-1} \cdot f_1^{-1}] = m^{-2}$$

3. O rază de lumină (r) este incidentă pe suprafața unei lentile subțiri divergente. Prelungirea razei incidente trece prin focarul principal obiect, ca în figura alăturată. După trecerea prin lentilă, traseul razei de lumină este cel notat cu:

- a. (1)
- b. (2)
- c. (3)
- d. (4)



Lentila este divergentă. Deci raza va trece paralel cu axa optică. (2)

4. O radiație monocromatică având lungimea de undă $\lambda = 400 \text{ nm}$ este incidentă pe suprafața unui catod caracterizat de lucrul mecanic de extracție $L = 3,85 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Energia cinetică maximă a electronilor emiși prin efect fotoelectric extern este de:

a. $1,1 \cdot 10^{-21} \text{ J}$

b. $1,1 \cdot 10^{-20} \text{ J}$

c. $1,1 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

d. $2,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

(3p)

Aflăm energia fotonilor.

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{400 \times 10^{-9}} = 4.95 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Energia fotonilor se împarte în lucru de extracție și energia cinetică a electronilor.

$$E = L_{\text{ext}} + E_{\text{cmax}} \Rightarrow E_{\text{cmax}} = E - L_{\text{ext}}$$

$$\Rightarrow E_{\text{cmax}} = 4.95 \times 10^{-19} - 3.85 \times 10^{-19} \\ = 1.1 \times 10^{-19} \text{ J}$$

5. O rază de lumină care se propagă prin aer ($n_{\text{aer}} = 1$) ajunge la suprafața de separare cu un mediu transparent caracterizat de indicele de refracție n sub un unghi de incidență diferit de zero. Relația corectă între unghiul de incidență i și unghiul de refracție r este:

- a. $\cos r = n \cdot \cos i$ b. $n \cdot \cos r = \cos i$ c. $\sin r = n \cdot \sin i$ d. $n \cdot \sin r = \sin i$ (3p)

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n}{n_{\text{aer}}} = n$$

$$\Rightarrow n \cdot \sin r = \sin i$$

II. Rezolvați următoarea problemă:**(15 puncte)**

O lentilă convergentă subțire, având distanța focală $f_1 = 20$ cm, formează pe un ecran imaginea unui obiect liniar așezat perpendicular pe axa optică principală. Imaginea este de patru ori mai mare decât obiectul.

a. Obiectul are înălțimea $y_1 = 1$ cm. Calculați înălțimea imaginii.

b. Calculați distanța dintre lentilă și ecran.

c. Realizați un desen în care să evidențiați construcția grafică a imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

d. Folosind lentila cu distanța focală f_1 și o a doua lentilă subțire cu distanța focală $f_2 = 10$ cm, se formează un sistem optic centrat. Se observă că orice rază de lumină care intră în sistem paralel cu axa optică principală, iese din sistemul optic tot paralel cu axa optică principală. Calculați distanța dintre cele două lentile.

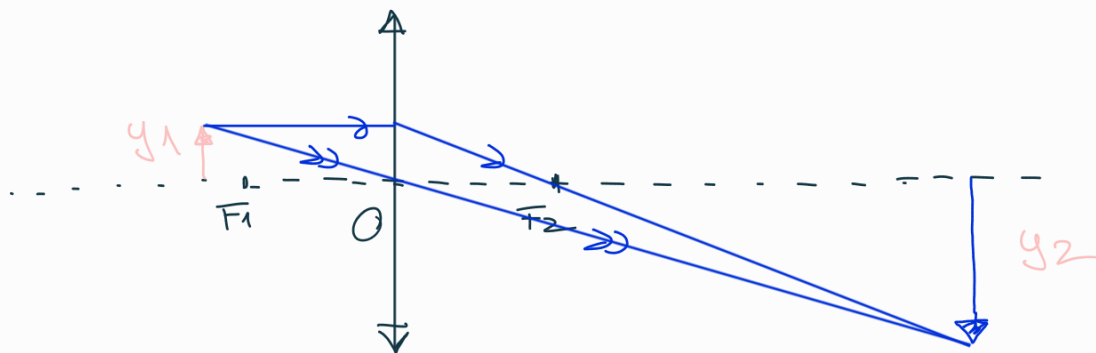
a) Imaginea este de 4 ori mai mare decât obiectul.

$$\Rightarrow |B| = \frac{|y_2|}{|y_1|} = 4 \Rightarrow y_2 = 4y_1 = 4 \text{ cm}$$

b) $B = 4$ sau $B = -4$. Imaginea se formează

"pe ecran", deci imaginea este reală. O imagine reală într-o lentilă convergentă este răsturnată, deci y_1 și y_2 au semne diferite.

$$\Rightarrow B = -4$$



$$B = -4 = \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1} \Rightarrow x_1 = -\frac{x_2}{4} \quad \left. \vphantom{\frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1}} \right\} \Rightarrow$$
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} + \frac{4}{x_2} \Leftrightarrow \frac{1}{f} = \frac{5}{x_2} \Rightarrow x_2 = 5f = 100 \text{ cm}$$

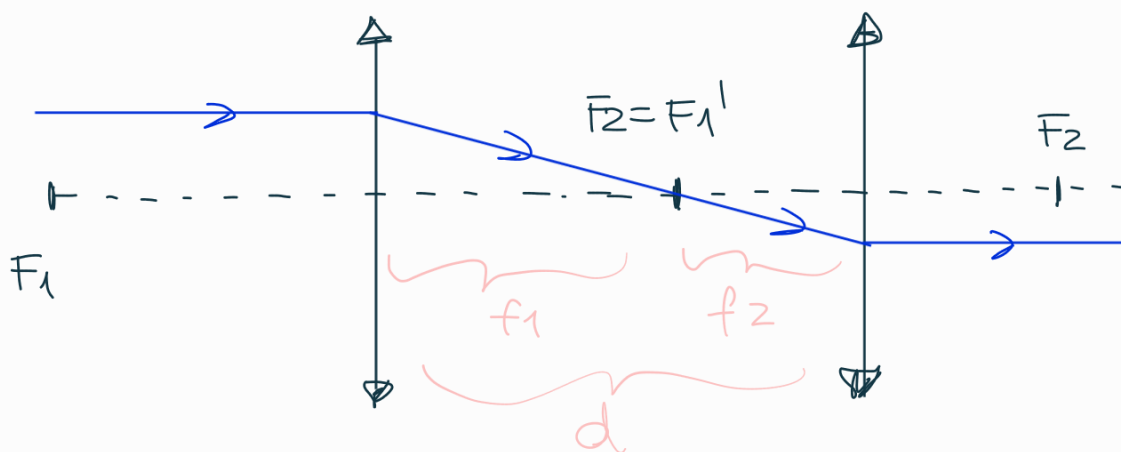
c) Vezi desenul de la b).

Obiectul trebuie să fie plasat între f și $2f$ pentru ca imaginea prin lentila convergentă să fie răsturnată și mai mare.

(în cazul din problemă, $|x_1| = 25 \text{ cm}$, $f = 20 \text{ cm}$,
 $f < |x_1| < 2f$)

d) Un sistem în care o rază intră paralel cu AP și iese tot paralel este un sistem afocal.

Focarul imagine a primei lentile coincide cu focarul obiect a celei de-a doua lentile.



$$d = f_1 + f_2 = 30 \text{ cm}$$

III. Rezolvați următoarea problemă:**(15 puncte)**

Într-un dispozitiv Young este utilizată o sursă de lumină care emite radiație cu spectru continuu, plasată pe axa de simetrie a dispozitivului. Lungimile de undă extreme ale spectrului emis sunt egale cu 400nm, respectiv 700nm. Interfranja figurii de interferență formate pe ecranul dispozitivului de radiația cu lungimea de undă $\lambda_v = 400\text{nm}$ este $i_v = 0,8\text{mm}$.

a. Calculați interfranja figurii de interferență formate pe ecranul dispozitivului de radiația cu lungimea de undă $\lambda_r = 700\text{nm}$.

b. Determinați distanța care separă maximele de ordinul 3 ale radiațiilor cu lungimile de undă $\lambda_v = 400\text{nm}$ și $\lambda_r = 700\text{nm}$, situate de aceeași parte a maximumului central.

c. Stabiliți distanța minimă nenulă, față de franja centrală, la care se suprapun maximele radiațiilor cu lungimile de undă $\lambda_v = 400\text{nm}$ și $\lambda_r = 700\text{nm}$.

d. Determinați lungimea de undă a radiației care formează un maxim de interferență la distanța de 2mm față de franja centrală.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad i_v &= \frac{\lambda_v \Delta}{2\ell} \\ i_r &= \frac{\lambda_r \Delta}{2\ell} \end{aligned} \quad \Bigg/ \quad \text{(împartim relațiile)} \quad \Rightarrow \quad \frac{i_v}{i_r} = \frac{\lambda_v}{\lambda_r} \quad \Rightarrow \quad i_r = i_v \frac{\lambda_r}{\lambda_v}$$

$$\Rightarrow i_r = 0.8 \times 10^{-3} \times \frac{700}{400} = 1.4 \text{ mm}$$

b) Distanța față de maximumul din mijloc este

$$x_k = \frac{k\lambda\Delta}{2\ell}$$

Deci pentru maximele de ordin 3:

$$x_v = \frac{3\lambda_v\Delta}{2\ell}, \quad x_r = \frac{3\lambda_r\Delta}{2\ell} \quad \text{(de 3 ori interfranja)}$$

$$\Delta x = x_r - x_v = 3(i_r - i_v)$$

$$\Delta x = 3 \times (1.4 - 0.8) = 1.8 \text{ mm}$$

$$c) \quad i_v = 0.8 \text{ mm}$$

$$i_r = 1.4 \text{ mm}$$

Trebuie să aflăm x_v și x_r ai.

$x_v \cdot i_v = x_r \cdot i_r$, unde x_v, x_r sunt numere naturale

$$\Rightarrow \frac{x_v}{x_r} = \frac{i_r}{i_v} = \frac{1.4}{0.8} = \frac{7}{4}$$

Nu putem simplifica fracția mai mult,

deci $\Rightarrow \underline{x_v = 7}, \underline{x_r = 4}$.

Distanța minimă este $x = x_v \cdot i_v = x_r \cdot i_r =$

$$= 7 \times 0.8 = 5.6 \text{ mm}$$

d) $x = k \cdot i = 2 \text{ mm}$ (nu este obligatoriu să fie primul maxim la 2 mm, k nu este neapărat 1)

$$i = \frac{\lambda \Delta}{2\ell}$$

$$\text{Știm că } i_v = \frac{\lambda_v \Delta}{2\ell}$$

$$\Rightarrow \frac{i}{i_v} = \frac{\lambda}{\lambda_v} \Rightarrow i = i_v \frac{\lambda}{\lambda_v}$$

$$\Rightarrow k i = k \frac{i_v \lambda}{\lambda_v} = x$$

$$\Rightarrow K\lambda = \frac{x\lambda_v}{i_v} = \frac{2 \times 400}{0.8} = 1000 \text{ nm}$$

$\Rightarrow \lambda$ poate fi 1000 nm, 500 nm, 250 nm, ...

Dar sursa de lumină trebuie să fie vizibilă, spectrul vizibil este aproximativ între 400 și 700 nm

$$\Rightarrow \lambda = 500 \text{ nm}$$

1. Imaginea formată de o oglindă plană pentru un obiect real este:

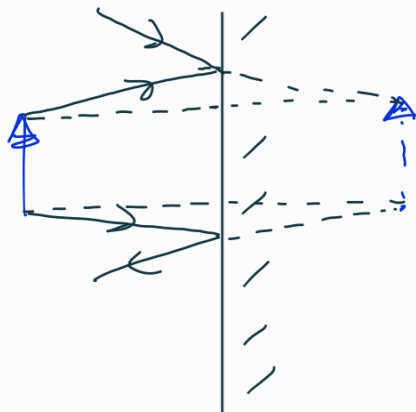
a. reală

b. virtuală

c. răsturnată

d. micșorată

(3p)



a) (b) Imaginea este **VIRTUALĂ**

c) Imaginea este dreaptă

d) Imaginea are aceeași mărime

2. Un obiect este așezat în fața unei lentile subțiri având distanța focală f . Coordonata obiectului, măsurată față de lentilă, este x_1 . Coordonata imaginii este x_2 , iar mărirea liniară transversală este β . Semnificația fizică a expresiei $1 + x_1 \cdot f^{-1}$ este:

a. $\beta - 1$

b. β

c. x_2

d. β^{-1}

(3p)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \quad \beta = \frac{x_2}{x_1}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \quad \text{Înmulțim cu } x_1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x_1}{f} = \frac{x_1}{x_2} - \frac{x_1}{x_1}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{x_1}{f} = \frac{x_1}{x_2} = \beta^{-1}$$

3. Simbolurile mărimilor fizice fiind cele utilizate în manuale de fizică, unitatea de măsură în S.I. a mărimii fizice exprimate prin produsul $c \cdot n^{-1}$ este :

a. $m \cdot s^{-1}$

b. m

c. $m^{-1} \cdot s$

d. m^{-1}

(3p)

$$[c \cdot n^{-1}] = [c] = m/s$$

(n este adimensional)

4. O rază de lumină care se propagă printr-un lichid transparent întâlnește suprafața de separație dintre lichid și aer ($n_{\text{aer}} \cong 1$) sub unghiul de incidență i pentru care $\sin i = 0,75$. După refracție, raza de lumină se propagă de-a lungul acestei suprafețe. Valoarea indicelui de refracție al lichidului este de aproximativ:

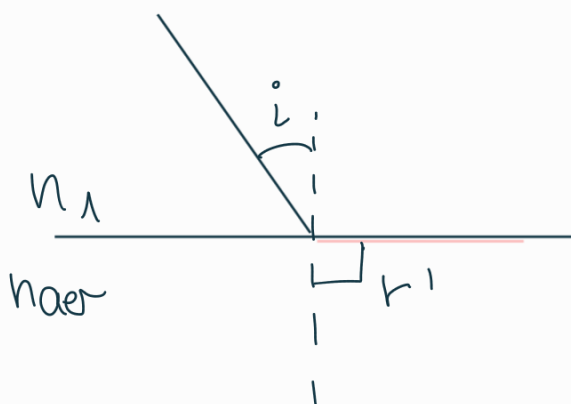
a. 1,75

b. 1,50

c. 1,33

d. 1,25

(3p)



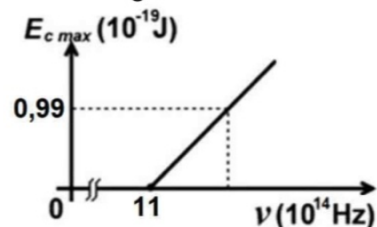
$$\frac{\sin i}{\sin r'} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\Rightarrow n_1 = n_{\text{aer}} \frac{\sin r'}{\sin i}$$

$$n_1 = \frac{1}{0.75} \cong 1.33$$

5. În graficul alăturat este redată dependența energiei cinetice maxime a electronilor extrași prin efect fotoelectric extern de frecvența radiației monocromatice incidente pe fotocathod. Energia unui foton din radiația incidentă sub acțiunea căreia se emit electroni cu energia cinetică maximă $E_{cmax} = 0,99 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ este de:

- a. $0,99 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
- b. $3,30 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
- c. $7,26 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
- d. $8,25 \cdot 10^{-19} \text{ J}$



(3p)

Energia fotonului este transformată în lucru de extracție și energie cinetică a electronului.

$$E = L_{ext} + E_{cmax}$$

Din grafic vedem frecvența fotonului la prag, când E_{cmax} este 0.

$$L_{ext} = h\nu = 6,6 \times 10^{-34} \times 11 \times 10^{14}$$

$$L_{ext} = 7,26 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Deci energia fotonului pentru care energia electronului este E_{cmax} :

$$E = L_{ext} + E_{cmax} = (7,26 + 0,99) \times 10^{-19}$$

$$E = 8,25 \times 10^{-19} \text{ J}$$

II. Rezolvați următoarea problemă:**(15 puncte)**

Un obiect luminos este plasat în fața unei lentile subțiri L_1 , perpendicular pe axa optică principală. Distanța dintre obiect și lentilă este $-x_1 = 50\text{ cm}$. Lentila formează imaginea obiectului pe un ecran plasat convenabil. Înălțimea imaginii este de 4 ori mai mică decât înălțimea obiectului.

a. Calculați mărirea liniară transversală.

b. Determinați distanța focală a lentilei.

c. Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă, pentru obiectul considerat, în situația descrisă de problemă.

d. Se formează un sistem optic centrat prin alipirea lentilei L_1 de o altă lentilă subțire, L_2 , având distanța focală $f_2 = -25\text{ cm}$. Determinați convergența sistemului optic format din cele două lentile.

a). Imaginea se formează pe un ecran, deci lentila este convergentă. (și $|x_1| > f$)

Imaginea reală prin lentila convergentă este răsturnată. (deci $\beta < 0$)

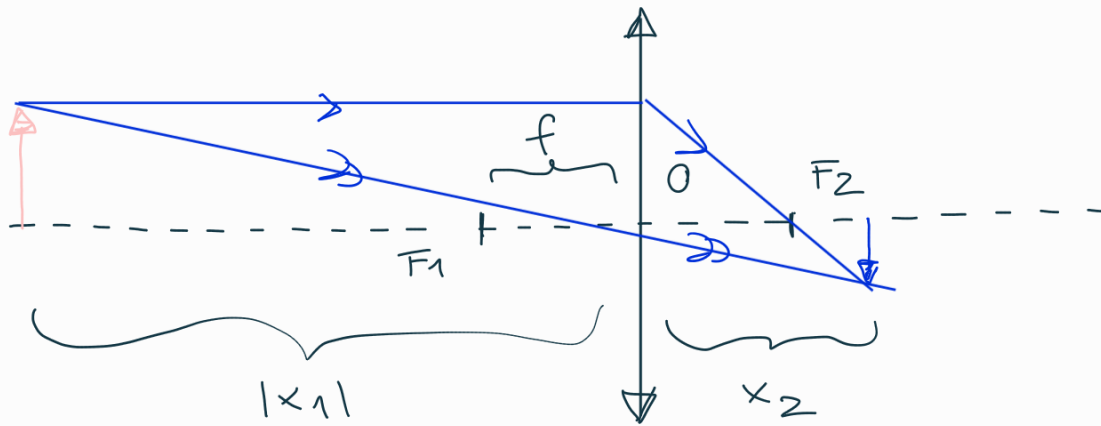
$$\beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1} = -\frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \beta = \frac{x_2}{x_1} = -\frac{1}{4} &\Rightarrow x_2 = -\frac{x_1}{4} \\ \frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} &\Rightarrow f = \frac{x_2 x_1}{x_1 - x_2} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f = \frac{(-x_1/4) x_1}{x_1 - (-x_1/4)} = \frac{-x_1^2/4}{5x_1/4} = -\frac{x_1}{5} = 10\text{ cm}$$

c) $x_1 = -50\text{cm}$
 $f = 10\text{cm}$
 $y_2 = -y_1/4$

$x_2 = -x_1/4 = 12.5\text{cm}$



d) $C = C_1 + C_2 = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ (convergența unui sistem de lentile subțiri lipite)

$C = \frac{1}{0.1} + \frac{1}{-0.25} = 10 - 4 = 6\text{ D}$

III. Rezolvați următoarea problemă:**(15 puncte)**

Un dispozitiv Young, plasat în aer, este iluminat cu o radiație monocromatică de lungime de undă $\lambda = 650\text{nm}$. Radiația este emisă de o sursă S_1 , aflată pe axa de simetrie a dispozitivului. Figura de interferență se observă pe un ecran așezat paralel cu planul fantelor, la distanța $D = 2\text{m}$ de acesta. Se observă că valoarea interfranjei este $i = 1\text{mm}$.

a. Determinați frecvența radiației luminoase utilizate.

b. Calculați distanța dintre cele două fante ale dispozitivului.

c. Determinați valoarea distanței dintre a treia franjă întunecată aflată de o parte a franjei centrale și franja luminoasă de ordinul 2 aflată de cealaltă parte a franjei centrale.

d. Sursa de lumină S_1 se înlocuiește cu o alta, S_2 , care emite două radiații monocromatice, având lungimile de undă $\lambda = 650\text{nm}$ și respectiv λ' . Se constată că franja luminoasă de ordinul 4 a radiației de lungime de undă λ se suprapune cu franja luminoasă de ordinul 5 a radiației de lungime de undă λ' . Determinați lungimea de undă λ' .

$$a) \quad c = \lambda \nu \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{650 \times 10^{-9}} \approx 4.6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$b) \quad i = \frac{\lambda D}{2e} \Rightarrow 2e = \frac{\lambda D}{i} = \frac{650 \times 10^{-9} \times 2}{10^{-3}} = 1300 \times 10^{-6} = 1.3 \text{ mm}$$

c) Distanța din centru până la franja întunecată de ordin 2 (a 3-a franjă întunecată)

$$x_{\min 3} = \frac{2k+1}{2} \cdot \frac{\lambda D}{2e} = \frac{2 \cdot 2 + 1}{2} \cdot \frac{\lambda D}{2e} = \frac{7}{2} \cdot i$$

Distanța din centru până la franja luminoasă de ordin 2:

$$x_{\max 2} = k \frac{\lambda D}{2e} = \frac{2 \lambda D}{2e} = 2 \cdot i$$

$$\text{Distanța totală: } d = x_{\min 3} + x_{\max 2} = \frac{9i}{2} = 4.5 \text{ mm}$$

d) $x = 4i = 5i'$ ^① (Distanța este egală cu 4 interfranje de la radiația λ , sau 5 interfranje de la radiația λ')

$$\left. \begin{array}{l} i = \frac{\lambda \Delta}{2e} \\ i' = \frac{\lambda' \Delta}{2e} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{i}{i'} = \frac{\lambda}{\lambda'} \quad \text{②}$$

$$\text{①, ②} \Rightarrow \frac{5i'}{4i'} = \frac{\lambda}{\lambda'} \Rightarrow \lambda' = \lambda \cdot \frac{4}{5} = 520 \text{ nm}$$

1. O rază de lumină vine din aer și este incidentă pe suprafața plană a unui mediu optic transparent, pe direcția normalei la suprafață. În punctul de incidență, raza de lumină suferă atât fenomenul de reflexie cât și fenomenul de refracție. Unghiul format de raza reflectată cu raza refractată este:

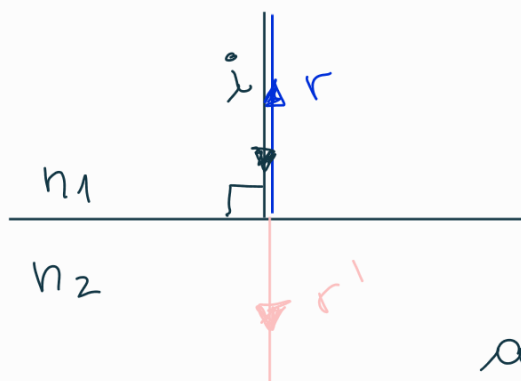
a. 30°

b. 45°

c. 90°

d. 180°

(3p)



Raza reflectată r se întoarce

pe aceeași direcție, în sens opus.

Raza refractată continuă pe

aceeași direcție, în același sens.

Unghiul între r și r' este 180° .

2. Un sistem acolat este format din două lentile subțiri cu distanțele focale f_1 și f_2 . Distanța focală F a sistemului este dată de relația:

a. $F = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$

b. $F = \frac{f_1}{f_2}$

c. $F = f_1 + f_2$

d. $F = f_1 - f_2$

(3p)

Sistemul 'acolat' înseamnă că lentilele sunt lipite între ele.

$$C = C_1 + C_2 \quad (\text{lentile lipite})$$

$$C = \frac{1}{F}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad \Rightarrow F = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$$

3. Unitatea de măsură a frecvenței radiației luminoase, exprimată în funcție de unități de măsură fundamentale din SI, este:

a. s^{-1}

b. m^{-1}

c. s^2

d. ms

(3p)

Frecvența este inversul perioadei (s).

Se măsoară în s^{-1} (Herzi)

4. Într-o zi însorită, lungimea umbrei unui stâlp vertical este de 12 m. În același timp și în același loc, o tijă verticală cu înălțimea de 25 cm are lungimea umbrei de 30 cm. Înălțimea stâlpului este:

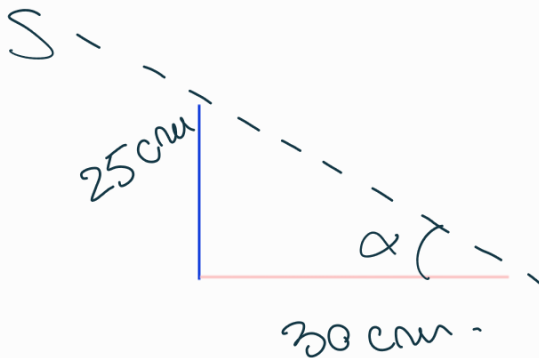
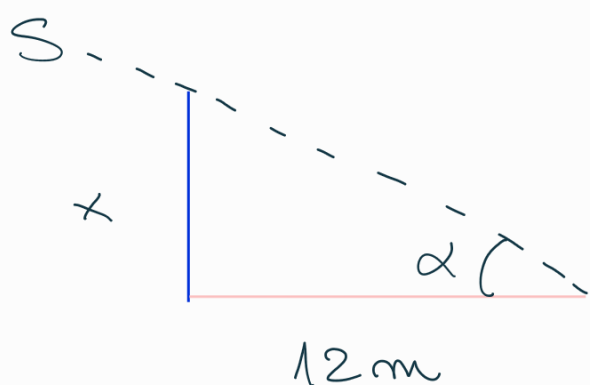
a. 8 m

b. 10 m

c. 12 m

d. 14 m

(3p)

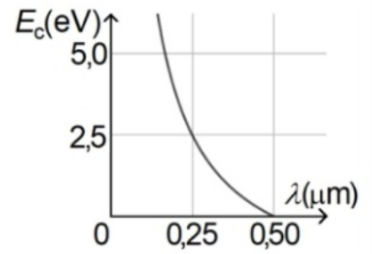


$$\frac{x}{12} = \frac{25}{30} \Rightarrow x = 12 \times \frac{25}{30} = 10 \text{ m}$$

(triunghiuri asemenea, regula de 3 simpla, ...)

5. Graficul din figura alăturată a fost obținut într-un studiu experimental al efectului fotoelectric extern și prezintă dependența energiei cinetice maxime a fotoelectronilor emiși de lungimea de undă a radiației monocromatice incidente pe fotocathod. Lucrul mecanic de extracție al materialului din care este confecționat fotocathodul are valoarea de aproximativ:

- a. $1 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
- b. $2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
- c. $3 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
- d. $4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$



(3p)

Din grafic, observăm lungimea de undă de prag $\lambda_0 = 0.5 \mu\text{m}$. $E_c = 0$, la lungime de undă mai mică (frecvență mai mare) se produce efectul fotoelectric.

Lucrul de extracție este energia minimă pe care trebuie să aibă fotonul (adică la λ_0) pentru a extrage electronul.

$$L_{ex} = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.5 \times 10^{-6}}$$

$$L_{ex} = 4 \times 10^{-19} \text{ J}$$

II. Rezolvați următoarea problemă:**(15 puncte)**

Un obiect liniar cu înălțimea de 5mm este așezat perpendicular pe axa optică principală a unei lentile subțiri. Imaginea clară a obiectului se formează pe un ecran situat la distanța $d = 100\text{cm}$ de obiect și are înălțimea de 20mm.

- Calculați mărirea liniară transversală dată de lentilă.
- Determinați distanța focală a lentilei.
- Realizați un desen în care să evidențiați construcția imaginii prin lentilă în situația descrisă.
- Stabiliți care este distanța minimă dintre obiect și ecran pentru care lentila, așezată la o distanță

a) Imagine se formează pe un ecran, deci lentila este convergentă. Imaginea reală printr-o lentilă convergentă este răsturnată, deci $\beta = \frac{y_2}{y_1} < 0$

$$\beta = \frac{y_2}{y_1} < 0 \quad \left\{ \Rightarrow \beta = -4 \right.$$
$$\left| \frac{y_2}{y_1} \right| = \frac{20}{5} = 4$$

$$\begin{aligned} b) \quad d = 100\text{cm} &= |x_1| + |x_2| = x_2 - x_1 \\ \beta = -4 &= x_2/x_1 \end{aligned} \quad \left\{ \Rightarrow \right.$$

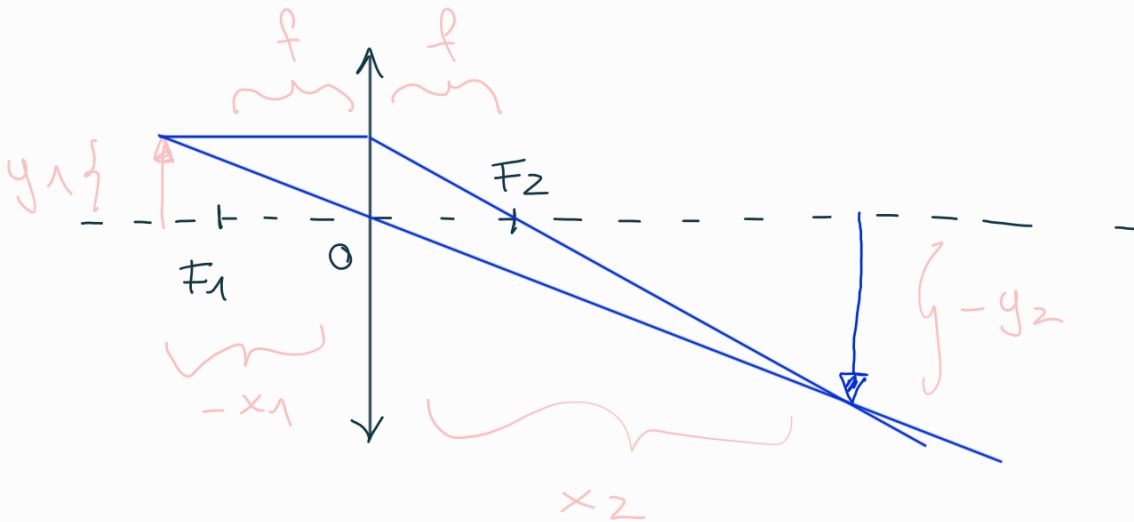
$$\Rightarrow -4x_1 - x_1 = d \Rightarrow \underline{x_1 = \frac{-d}{5} = -20\text{cm}}$$

$$\underline{x_2 = -4x_1 = 80\text{cm}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \Rightarrow f = \frac{x_2 x_1}{x_1 - x_2} = \frac{80 \cdot (-20)}{(-20) - 80}$$

$$f = \frac{-1600}{-100} = 16\text{cm}$$

c) $x_1 = -20 \text{ cm}$ $f = 16 \text{ cm}$
 $x_2 = 80 \text{ cm}$ $y_1 = 5 \text{ mm}$
 $y_2 = p y_1 = -20 \text{ mm}$



d) $\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \Rightarrow f = \frac{x_2 x_1}{x_1 - x_2} \quad \left. \vphantom{\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}} \right\} \Rightarrow$
 $d = x_2 - x_1 \Rightarrow x_2 = d + x_1$

$$f = \frac{(d + x_1) x_1}{-d} \Leftrightarrow d x_1 + x_1^2 = -f d$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + d x_1 + f d = 0$$

Ecuația ne spune x_1 (poziția la care trebuie așezat corpul față de lentilă) pentru a se forma imaginea la distanța d față de obiect.

Ecuația de gradul II are soluție reală doar dacă $\Delta = \frac{b^2}{4ac}$ este mai mare sau egal

cu 0. Vrem să aflăm valoarea minimă a lui d , pentru care $\Delta \geq 0$.

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow d^2 - 4fd \geq 0$$

$$\Leftrightarrow d(d - 4f) \geq 0$$

$$\Rightarrow d_{\min} = 4f \quad (d < 4f \text{ înseamnă că } d - 4f < 0, \text{ deci } \Delta < 0)$$

$$\Rightarrow d_{\min} = 64 \text{ cm}$$

III. Rezolvați următoarea problemă:**(15 puncte)**

Într-un dispozitiv Young este utilizată o sursă de lumină plasată pe axa de simetrie a dispozitivului. Sursa emite simultan două radiații luminoase monocromatice cu lungimile de undă $\lambda_1 = 400\text{nm}$ și $\lambda_2 = 600\text{nm}$. Pentru radiația cu lungimea de undă λ_1 , interfranja observată pe ecranul dispozitivului are valoarea $i_1 = 1,0\text{ mm}$.

- Calculați distanța dintre maximul central și al doilea minim de interferență pentru radiația cu lungimea de undă λ_1 .
- Calculați interfranja figurii de interferență formată pe ecranul dispozitivului de radiația cu lungimea de undă λ_2 .
- Determinați distanța care separă maximul de ordinul 1 al primei radiații (λ_1), de maximul de ordinul 4 al cele de-a doua radiații (λ_2), situate de aceeași parte a maximului central.
- Stabiliți distanța minimă, față de franja centrală, la care se suprapun maximele celor două radiații.

a) Între maximul central și al doilea minim este o distanță de 1.5 interfranje

$$\begin{aligned} x &= \frac{2k+1}{2} \cdot \frac{\lambda_1 \Delta}{2\ell} \\ k &= 1 \\ i_1 &= \frac{\lambda_1 \Delta}{2\ell} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3}{2} \cdot i_1 = 1.5 \text{ mm}$$

b)

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{\lambda_1 \Delta}{2\ell} \\ i_2 &= \frac{\lambda_2 \Delta}{2\ell} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{împartim} \\ \text{relatiile} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_2 = i_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1 \times \frac{600}{400} = 1.5 \text{ mm}$$

c) $x_k = k \frac{\lambda \Delta}{2e} = ki$ (distanța între maximumul de ordin k și maximumul central)

$$x_1 = i = 1 \text{ mm}$$

$$x_2 = 4i' = 4 \times 1.5 = 6 \text{ mm}$$

$$\Delta x = (x_2 - x_1) = 5 \text{ mm}$$

d) $x_{\min} = k_1 i = k_2 i'$ (unde $k_1, k_2 \in \mathbb{N}$)

$$\Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{i'}{i} = \frac{3}{2}$$

Fractia nu se poate simplifica mai mult,

deci $k_1 = 3, k_2 = 2$.

$$\Rightarrow x_{\min} = 3 \times 1 = 2 \times 1.5 = 3 \text{ mm}$$

1. O cantitate constantă de gaz ideal este supusă unei transformări cvasistatice în care temperatura gazului rămâne constantă. În această transformare:

- a. gazul nu schimbă căldură cu exteriorul;
 - b. energia internă a gazului crește;
 - c. lucrul mecanic schimbat de gaz cu exteriorul este întotdeauna pozitiv;
 - d. căldura schimbată de gaz cu mediul exterior este egală cu lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul exterior.
- (3p)

a). Gazul schimbă căldură cu exteriorul într-o transformare izotermă (temperatură constantă)

$$Q = \nu RT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

b) Energia internă a gazului este constantă

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T = \nu C_V \times 0 = 0.$$

c) Lucrul mecanic poate fi și pozitiv (destindere) și negativ (compresie)

d) Căldura este egală cu lucrul mecanic.

$$\begin{aligned} \Delta U &= Q - L \\ \Delta U &= 0 \end{aligned} \quad \} \Rightarrow Q = L$$

2. Simbolurile mărimilor fizice fiind cele utilizate în manualele de fizică, expresia lucrului mecanic schimbat de o cantitate constantă de gaz ideal cu exteriorul în cursul unei transformări adiabatice este:

a. $\nu R \Delta T$

b. $-\nu C_p \Delta T$

c. $-\nu C_v \Delta T$

d. $\nu C_p \Delta T$

(3p)

$$\begin{aligned} \Delta U &= Q - L \\ Q &= 0 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad L = -\Delta U = -\nu C_v \Delta T$$

3. Simbolurile mărimilor fizice fiind cele utilizate în manualele de fizică, unitatea de măsură în S.I. a mărimii fizice exprimate prin $\nu \cdot \mu \cdot V^{-1}$ este:

a. kg/m^3

b. m^{-3}

c. kg

d. m^3/kmol

(3p)

$$[\nu \times \mu \times V^{-1}] = \left[\frac{m}{\cancel{\mu}} \times \cancel{\mu} \times V^{-1} \right] = \left[\frac{m}{V} \right] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

4. O cantitate de gaz ideal se află la presiunea $p = 16,62 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Raportul dintre numărul de molecule de gaz și volumul ocupat de acesta este $n = 2,408 \cdot 10^{26} \text{ m}^{-3}$. Temperatura gazului are valoarea:

a. 500°C

b. 250°C

c. 227°C

d. 127°C

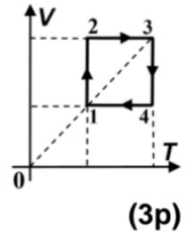
(3p)

$$\left. \begin{aligned} pV &= \nu RT \\ n &= \frac{N}{V} \\ \nu &= \frac{N}{N_A} \end{aligned} \right\} \Rightarrow p = \frac{\nu RT}{V} = \frac{nRT}{N_A} \Rightarrow T = \frac{pN_A}{nR}$$

$$\Rightarrow T = \frac{16,62 \times 10^5 \times 6,02 \times 10^{23}}{2,408 \times 10^{26} \times 8,31}$$

$$T = 500 \text{ K}$$

5. O cantitate dată de gaz ideal parcurge procesul ciclic 1-2-3-4-1, reprezentat în coordonate $V-T$ ca în figură. Relația corectă între presiunile gazului în stările 1,2,3,4 este:



a. $p_2 < p_1 = p_3 < p_4$

b. $p_4 < p_1 = p_3 < p_2$

c. $p_1 < p_2 < p_3 < p_4$

d. $p_4 < p_3 < p_2 < p_1$

$$pV = \nu RT \Leftrightarrow \frac{pV}{T} \text{ constant (ec. de stare)}$$

$$\left. \begin{array}{l} V_1 = V_4 < V_2 = V_3 \\ T_1 = T_2 < T_3 = T_4 \\ \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_3}{T_3} \end{array} \right\} \text{(grafic)}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_4}{T_4} < \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \\ p_1 V_1 = p_2 V_2 < p_3 V_3 = p_4 V_4 \\ p_1 = p_3 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p_1 < p_4, p_2 < p_3 \\ p_1 > p_2, p_3 < p_4 \\ p_1 = p_3 \end{array} \right\} \Rightarrow p_2 < p_1 = p_3 < p_4$$

II. Rezolvați următoarea problemă:**(15 puncte)**

O masă $m = 70\text{ g}$ de azot ($\mu = 28\text{ g/mol}$) este închisă etanș într-un cilindru orizontal, cu ajutorul unui piston care se poate deplasa fără frecare, ca în figura alăturată. Aerul din exterior este tot timpul la presiunea $p_0 = 10^5\text{ Pa}$. Inițial pistonul este în echilibru, iar temperatura azotului este $t_1 = 7^\circ\text{C}$.



a. Calculați numărul de molecule de azot din cilindru.

b. Determinați densitatea azotului din cilindru.

c. Pistonul se blochează și, foarte lent, se introduce în compartiment azot, la temperatura t_1 . După introducerea masei suplimentare de azot, gazul este încălzit până la $t_2 = 27^\circ\text{C}$, iar presiunea acestuia devine $p_2 = 1,5 \cdot 10^5\text{ Pa}$. Determinați masa suplimentară de azot introdusă în compartiment.

d. Pistonul este lăsat să se deplaseze liber, iar azotul este răcit. În starea finală pistonul este în echilibru, iar temperatura azotului este $t_1 = 7^\circ\text{C}$. Determinați raportul dintre volumul azotului în starea finală și volumul inițial al azotului înainte de introducerea cantității suplimentare de gaz.

$$a) \quad \nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A} \Rightarrow N = \frac{m}{\mu} \times N_A$$

$$N = \left(\frac{70}{28} \right) \times 6.02 \times 10^{23} \approx 1.5 \times 10^{24} \text{ molecule}$$

$\leftarrow 2.5 \text{ moli}$

$$b) \quad \rho = \frac{m}{V}, \quad \nu = \frac{m}{\mu}$$

$$pV = \nu RT \text{ (ec. de stare)} \Rightarrow \frac{p m}{\rho} = \frac{m RT}{\mu}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{p \mu}{RT} = \frac{10^5 \times 28 \times 10^{-3}}{8.31 \times 280} \approx 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\left(28 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 28 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \right)$$

c) Scriem ec. de stare pentru cele două situații.

$$p_0 V_0 = \nu_1 R T_1$$

$$p_1 V_0 = \nu_2 R T_2, \text{ unde } \nu_2 = \nu_1 + \Delta\nu = \nu_1 + \frac{\Delta m}{\mu}$$

Împărțim cele 2 relații:

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{\nu_2 T_2}{\nu_1 T_1} \Rightarrow \nu_2 = \frac{p_1}{p_0} \times \frac{\nu_1 T_1}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta m}{\mu} = \frac{p_1}{p_0} \times \frac{\nu_1 T_1}{T_2} - \nu_1$$

$$\Rightarrow \Delta m = \mu \left(\frac{p_1}{p_0} \times \frac{T_1}{T_2} \times \nu_1 - \nu_1 \right)$$

$$\Delta m = (28 \text{ g}) \times \left(\frac{1.5}{1} \times \frac{280}{300} \times 2.5 - 2.5 \right)$$

$$\Delta m = 28 \text{ g}$$

d) Pistonul este în echilibru, deci $p_f = p_0$.

Ecuația de stare pentru starea finală:

$$p_f V_f = \nu_2 R T_f \Leftrightarrow p_0 V_f = \left(\nu_1 + \frac{\Delta m}{\mu} \right) R T_0 \quad (1)$$

Ecuația de stare pentru starea inițială:

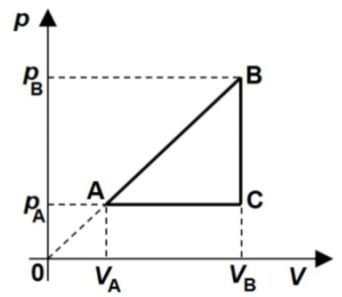
$$p_0 V = \nu_1 R T_0 \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow \frac{V_f}{V} = \frac{\left(\nu_1 + \frac{\Delta m}{\mu} \right) \cancel{R T_0}}{\nu_1 \cancel{R T_0}} = \frac{\frac{m}{\mu} + \frac{\Delta m}{\mu}}{\frac{m}{\mu}}$$

$$\frac{V_f}{V} = \frac{m + \Delta m}{m} = \frac{70 + 28}{70} = 1.4$$

III. Rezolvați următoarea problemă:**(15 puncte)**

O cantitate $\nu = 1$ mol de oxigen ($\mu = 32$ g/mol, $C_V = 2,5R$) efectuează transformarea ciclică ABCA reprezentată în coordonate $p-V$ în figura alăturată. În starea A gazul se află la presiunea $p_A = 400$ kPa și are densitatea $\rho_A = 3,2$ kg/m³, iar în starea B $p_B = 2p_A$. Calculați:



- valoarea lucrului mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior;
- valoarea căldurii cedate de gaz mediului exterior;
- randamentului motorului care ar funcționa după acest ciclu termodinamic;
- randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme atinse de gaz în decursul transformării ABCA.

$$a) \text{ Lucrul mecanic este } L = \int F(x) dx =$$

$$= \int p(V) dV = \text{aria graficului funcției}$$

în $p-V$ (aria ΔABC)

$$L = (p_B - p_A)(V_B - V_A) / 2$$

$$\text{Din grafic: } \frac{p_A}{V_A} = \frac{p_B}{V_B} \Rightarrow V_B = 2V_A$$

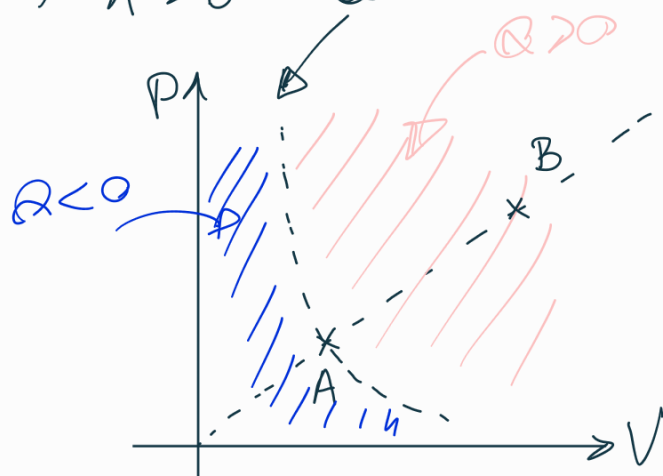
$$\text{Din enunț: } p_B = 2p_A$$

$$\Rightarrow L = \frac{p_A V_A}{2}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \quad \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \quad \Rightarrow V = \frac{\mu \nu}{\rho}$$

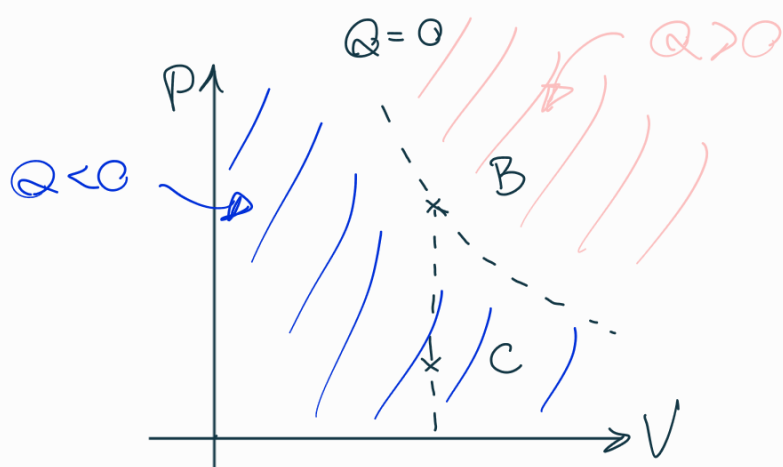
$$\Rightarrow L = \frac{p_A}{2} \times \frac{\mu \nu}{\rho} = \frac{400 \times 10^3}{2} \times \frac{32 \times 10^{-3} \times 1}{3,2} = 2 \text{ kJ}$$

b) $A \rightarrow B: Q=0$



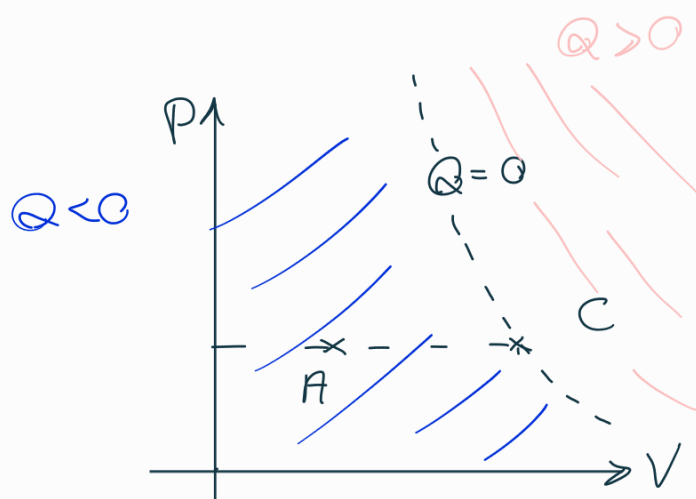
În transformarea AB
gazul primește căldură

$B \rightarrow C$



În $B \rightarrow C$ gazul
cedează căldură

$C \rightarrow A$



În $C \rightarrow A$ gazul
cedează căldură

$$Q_{\text{cedat}} = Q_{BC} + Q_{CA} \quad (1)$$

$$\Delta U = Q - L \quad (\text{principiul I})$$

$$Q_{BC} = \nu C_V \Delta T_{BC}$$

$$(\text{proces izocor, } L = 0 \Rightarrow Q = \Delta U)$$

$$\begin{aligned} Q_{BC} &= \nu \times 2.5 \times R \times (T_C - T_B) = 2.5 (p_C V_C - p_B V_B) = \\ &= 2.5 (p_A \times 2V_A - 2p_A \times 2V_A) \\ &= -5 p_A V_A \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{CA} &= \nu C_P \Delta T_{CA} = \nu (C_V + R) (T_A - T_C) = \\ &= \nu (2.5R + R) (T_A - T_C) = 3.5 \nu R (T_A - T_C) \\ &= 3.5 \times (p_A V_A - p_C V_C) = 3.5 \times (p_A V_A - p_A \times 2V_A) \\ &= -3.5 p_A V_A \quad (3) \end{aligned}$$

$$1, 2, 3 \Rightarrow Q_{\text{cedat}} = -5 p_A V_A - 3.5 p_A V_A$$

$$Q_{\text{cedat}} = -8.5 p_A V_A = -8.5 \times p_A \times \frac{\mu V}{\rho} =$$

$$= -8.5 \times 4 \text{ KJ}$$

$$= -34 \text{ KJ}$$

$$c) \quad \left. \begin{aligned} \eta &= \frac{L}{Q_p} \\ Q_p + Q_c &= L \end{aligned} \right\} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p} = 1 - \frac{|Q_c|}{|Q_c| + L}$$

$$\Rightarrow (Q_p = L + |Q_c|)$$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{|-34|}{|-34| + 2} = 1 - \frac{34}{36} = \frac{1}{18} \approx 5.6\%$$

Obs. În ciclul ABCA, $\Delta U = 0$ (gazul ajunge la aceeași temperatură de la care pleacă).

$$\Delta U = Q - L \Rightarrow Q = L \Rightarrow Q_p + Q_c = L$$

$$d) \quad \eta_c = 1 - \frac{T_{\text{rece}}}{T_{\text{cald}}} = 1 - \frac{T_A}{T_B} = 1 - \frac{\frac{P_A V_A}{\cancel{2R}}}{\frac{P_B V_B}{\cancel{2R}}}$$

$$\eta_c = 1 - \frac{P_A V_A}{P_B V_B} = 1 - \frac{P_A V_A}{2P_A \times 2V_A} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 75\%$$

1. Mărimea fizică numeric egală cu căldura necesară pentru a modifica temperatura unui kilogram de substanță cu un kelvin este:

- a. capacitatea calorică
- b. căldura molară
- c. căldura specifică
- d. puterea calorică

(3p)

a) Capacitatea calorică arată căldura necesară pentru a schimba temperatura unui corp cu 1K.

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

b) Căldura molară este căldura necesară pentru a schimba temperatura unui mol de substanță cu 1K

$$C_{\mu} = \frac{Q}{\nu \Delta T}$$

c) Căldura specifică este căldura necesară pentru a schimba temperatura unui kg de substanță cu 1K.

$$c = \frac{Q}{m \Delta T}$$

d) Puterea calorică este căldura degajată de 1kg de combustibil.

$$P = \frac{Q}{m}$$

2. Căldura molară izocoră poate fi exprimată în funcție de constanta gazelor ideale și de exponentul adiabatic γ (raportul dintre căldura molară la presiune constantă și căldura molară la volum constant) prin relația:

a. $C_v = \frac{R}{\gamma-1}$

b. $C_v = R(1-\gamma)$

c. $C_v = \frac{1-\gamma}{R}$

d. $C_v = \frac{\gamma R}{\gamma-1}$ (3p)

$$\left. \begin{array}{l} \gamma = \frac{C_p}{C_v} \\ C_p = C_v + R \end{array} \right\} \Rightarrow \gamma = \frac{C_v + R}{C_v} \Leftrightarrow \gamma C_v = C_v + R \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow C_v(\gamma - 1) = R \Leftrightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$$

3. Unitatea de măsură a produsului $C_v \cdot T$ dintre căldura molară la volum constant și temperatura absolută este:

a. $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

b. $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}$

c. $\text{J} \cdot \text{K}$

d. $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$

(3p)

$$[C_v] = [C_p] = \left[\frac{Q}{\Delta T} \right] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$\Rightarrow [C_v \cdot T] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot [T] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot \text{K} = \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

4. Randamentul unui motor termic ideal care funcționează după un ciclul Carnot este $\eta = 40\%$. Dacă temperatura sursei reci este $T_2 = 300\text{ K}$, atunci temperatura sursei calde are valoarea:

a. $T_1 = 180\text{ K}$

b. $T_1 = 500\text{ K}$

c. $T_1 = 750\text{ K}$

d. $T_1 = 1200\text{ K}$

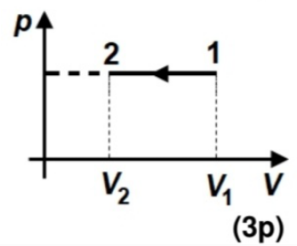
(3p)

$$\eta = 1 - \frac{T_r}{T_c} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{1 - \eta}$$

$$T_1 = \frac{300}{1 - 0.4} = \frac{300}{0.6} = 500\text{ K}$$

5. În figura alăturată este reprezentat, în coordonate $p-V$, procesul $1 \rightarrow 2$ descris de o cantitate constantă de gaz ideal. Dacă în timpul acestui proces temperatura gazului scade de 4 ori, atunci densitatea gazului:

- a. crește de 4 ori
- b. crește de 2 ori
- c. scade de 4 ori
- d. scade de 2 ori



Scriem ecuațiile de stare pentru stările 1 și 2.

Știm că $p_1 = p_2$ (din grafic).

Știm că $T_2 = T_1/4$ (din enunț).

$$\left. \begin{array}{l} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_2 V_2 = \nu R T_2 \\ p_1 = p_2 \\ T_1 = 4 T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{p_1 V_1}{4 T_2} = \frac{p_1 V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{4}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \rho_1 = \frac{m}{V_1} \\ \rho_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{4m}{V_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \rho_2 = 4 \rho_1$$

Densitatea gazului crește
de 4 ori

(Volumul scade de 4 ori
Masa rămâne aceeași)

II. Rezolvați următoarea problemă:**(15 puncte)**

Un cilindru cu pereți izolați adiabatic este separat în două compartimente cu ajutorul unui piston termoconductor, inițial blocat, ca în figura alăturată. Primul compartiment are volumul $V_1 = 3 \text{ L}$ și conține 80 g de oxigen ($\mu_1 = 32 \text{ g/mol}$), iar al doilea compartiment are volumul $V_2 = 3V_1$ și conține 140 g de azot ($\mu_2 = 28 \text{ g/mol}$). Inițial, oxigenul se află la temperatura $T_1 = 400 \text{ K}$, iar azotul la temperatura $T_2 = 300 \text{ K}$. Cele două gaze sunt considerate ideale și au aceeași căldură molară la volum constant. Se neglijează capacitatea calorică a cilindrului și a pistonului.

a. Determinați cantitatea totală de gaz din cilindru.

b. Determinați raportul dintre presiunea oxigenului și cea a azotului în starea inițială.

c. Pistonul este deblocat și deplasat lent, fără frecare, până când cele două gaze ajung în echilibru termic, iar pistonul, lăsat liber, este în echilibru mecanic. Calculați volumul compartimentului ocupat de azot în această stare.

oxigen	azot
V_1	$3V_1$

a) Cantitatea este numărul de moli (ν).

$$\nu = \frac{m}{\mu}$$

$$\nu_1 = \frac{m_1}{\mu_1} = \frac{80}{32} = 2.5 \text{ moli}$$

$$\nu_2 = \frac{m_2}{\mu_2} = \frac{140}{28} = 5 \text{ moli}$$

$$\nu_{\text{total}} = \nu_1 + \nu_2 = 7.5 \text{ moli}$$

b) Ecuația de stare : $pV = \nu RT$

$$p_1 V_1 = \nu_1 R T_1$$

$$p_2 V_2 = \nu_2 R T_2$$

Împărțim ecuațiile

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\nu_1 R T_1}{\nu_2 R T_2} \cdot \frac{V_2}{V_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{2.5 \times \cancel{R} \times 400 \times 3\cancel{V_1}}{5 \times \cancel{R} \times 300 \times \cancel{V_1}}$$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{3000}{1500} = 2$$

c) Gaze în echilibru termic $\Rightarrow T_1' = T_2' = T'$

Piston în echilibru mecanic $\Rightarrow p_1' = p_2' = p'$

Trebuie să aflăm V_2' .

Cele două gaze trec prin transformări generale.

$$\begin{cases} p' \cdot V_1' = \nu_1 R T' \\ p' \cdot V_2' = \nu_2 R T' \end{cases} \quad \text{(ecuațiile de stare pentru stările finale)}$$

$$V_1 + V_2 = V_1' + V_2' = 4V_1 = 4L \quad \text{(volumul total este la fel)}$$

$$\Rightarrow p' (V_1' + V_2') = (\nu_1 + \nu_2) R T' \Rightarrow \frac{T'}{p'} = \frac{4V_1}{(\nu_1 + \nu_2) R} \quad (2)$$

$$(1)(2) \Rightarrow V_2' = \nu_2 R \frac{T'}{p'} = \nu_2 R \frac{4V_1}{(\nu_1 + \nu_2) R} = \frac{4 \times 5 \times (3L)}{7.5}$$

$$V_2' = 8L (= 8 \text{ dm}^3 = 8 \times 10^{-3} \text{ m}^3)$$

d)

Cilindrul este izolat de mediul exterior. Nu există schimb de energie. Deci energia internă se conservă.

$$U_i = U_f$$

$$\left. \begin{aligned} U_i &= \nu_1 C_v T_1 + \nu_2 C_v T_2 \\ U_f &= \nu_1 C_v T' + \nu_2 C_v T' \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2) \cancel{C_v} = (\nu_1 + \nu_2) \cancel{C_v} T'$$

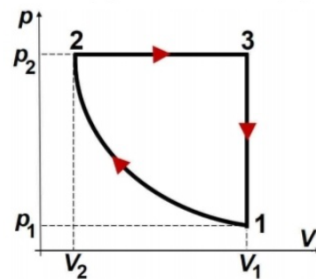
(C_v este același pentru cele 2 gaze biatomice, $\frac{5R}{2}$)

$$\Rightarrow T' = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{2.5 \times 400 + 5 \times 300}{7.5} =$$

$$= \frac{2500}{7.5} \approx 333.3 \text{ K}$$

III. Rezolvați următoarea problemă:**(15 puncte)**

O cantitate dată de gaz ideal poliatomic ($C_V = 3R$) se află în starea 1, la presiunea p_1 , volumul V_1 și temperatura T_1 . Gazul este supus procesului ciclic $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ reprezentat în coordonate $p-V$ în figura alăturată. Volumul gazului în starea 2 este $V_2 = 0,2 \cdot V_1$. În procesul $1 \rightarrow 2$ temperatura este constantă, iar căldura cedată de gaz mediului exterior este $Q_{12} = -12,8 \text{ kJ}$. Considerați că $\ln 5 \approx 1,6$. Determinați:



- variația energiei interne în transformarea $3 \rightarrow 1$;
- valoarea căldurii schimbate de gaz cu mediul exterior în transformarea $2 \rightarrow 3$;
- lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în timpul unui ciclu;
- randamentul unui motor termic care ar funcționa după transformarea ciclică descrisă.

a) transformarea $3 \rightarrow 1$ este izocoră ($V_3 = V_1$). Variația energiei interne este $\Delta U_{31} = \gamma C_V \Delta T_{31}$. ①

Singura valoare numerică este $Q_{12} = -12,8 \text{ kJ}$, căldura cedată în transformarea $1-2$, izotermă.

$$Q_{12} = \gamma R T_1 \times \ln \frac{V_2}{V_1} = \gamma R T_1 \times \ln \frac{1}{5} = -1,6 \gamma R T_1$$

$$\Rightarrow \gamma R T_1 = \frac{Q_{12}}{-1,6} = \frac{-12,8 \text{ kJ}}{-1,6} = 8 \text{ kJ} \quad \underline{\underline{2}} \quad \textcircled{2}$$

$$1 \rightarrow 2 : p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \underline{\underline{5 p_1}} \quad \textcircled{3}$$

$$2 \rightarrow 3 : \frac{T_2}{V_2} = \frac{T_3}{V_3} \Leftrightarrow \frac{T_1}{V_2} = \frac{T_3}{V_1} \Rightarrow T_3 = T_1 \frac{V_1}{V_2} = \underline{\underline{5 T_1}} \quad \textcircled{3}$$

$$1, 2, 3 \Rightarrow \Delta U_{31} = \gamma C_V (T_1 - T_3) = 3 \gamma R (T_1 - 5 T_1)$$

$$\Delta U_{31} = -12 \gamma R T_1 = -12 \times 8 \text{ kJ} = -96 \text{ kJ}$$

$$b) Q_{23} = \nu C_p \Delta T_{23} = \nu (C_v + R)(T_3 - T_2) =$$

$$= 4 \nu R (T_3 - T_1) = 4 \nu R (5T_1 - T_1) = 16 \nu R T_1 \Rightarrow$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow Q_{23} = 16 \times 8 \text{ kJ} = 128 \text{ kJ} \text{ (căldură primită)}$$

$$c) L_{\text{tot}} = L_{12} + L_{23} + \cancel{L_{31}} \textcircled{3} \quad (\Delta V_{31} = 0 \Rightarrow L_{31} = 0)$$

$$\Delta U = Q - L \text{ (principiul I)}$$

$$L_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} \leftarrow 0 \text{ (} T_1 = T_2, \text{ transformare izotermă)}$$

$$\Rightarrow L_{12} = Q_{12} = -12.8 \text{ kJ} \textcircled{4}$$

$$L_{23} = p \Delta V_{23} \text{ (transformare izobară, } p \text{ ct.)}$$

$$L_{23} = \nu R \Delta T_{23} = \nu R (T_3 - T_2) = \nu R (5T_1 - T_1)$$

$$L_{23} = 4 \nu R T_1 = 4 \times 8 \text{ kJ} = 32 \text{ kJ} \textcircled{5}$$

$$3, 4, 5 \Rightarrow L_{\text{tot}} = -12.8 + 32 = 19.2 \text{ kJ}$$

d) $\eta = \frac{L_{\text{tot}}}{Q_{\text{primit}}}$ (Principiul al II-lea)

L_{tot} este calculat la c). $L_{\text{tot}} = 19.2 \text{ kJ}$

Q_{12} este negativ, deci este căldură cedată de gaz.

$Q_{23} = 128 \text{ kJ}$, calculat la b), căldură primită

Q_{31} într-o transformare izocoră, unde scade temperatura ($T_3 > T_1$). $Q_{31} = \nu C_v \Delta T_{31} =$

$$= \nu C_v (T_1 - T_3) < 0$$

$\curvearrowright T_1 < T_3 \Rightarrow T_1 - T_3 < 0$

Deci Q_{31} este căldură cedată.

$$\eta = \frac{L_{\text{tot}}}{Q_p} = \frac{L_{\text{tot}}}{Q_{23}} = \frac{19.2}{128} = 15\%$$

I. Pentru itemii 1-5 scrieți pe foaia de răspuns litera corespunzătoare răspunsului corect. (15 puncte)

1. O cantitate dată de gaz ideal efectuează un proces termodinamic în care gazul cedează căldură mediului exterior. Acest proces poate fi:

- a. o comprimare la temperatură constantă;
- b. o destindere adiabatică;
- c. o destindere la temperatură constantă;
- d. o încălzire la volum constant.

(3p)

a) Comprimare la temperatură constantă (izoterm) înseamnă că gazul cedează căldura primită prin lucru mecanic. Energia internă nu se schimbă pentru că temperatura este constantă.

$$\Delta U = Q - L$$

$$\Delta U = \gamma C_V \Delta T = 0 \quad \Rightarrow \quad Q = L$$

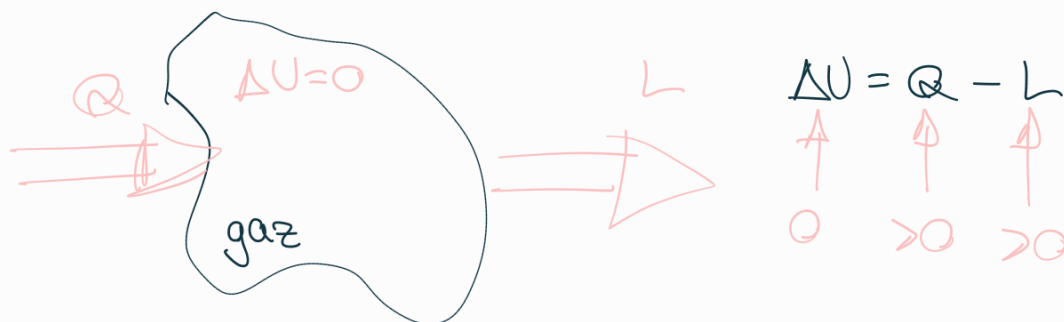
$$L < 0 \quad \left(L = \gamma RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} < 0 \right) \quad \Rightarrow \quad Q < 0$$

$< 1 \Rightarrow \ln \dots < 0$

$\Rightarrow Q \text{ cedat}$

b) Proces adiabatic înseamnă că nu există schimb de căldură. $Q = 0 \Rightarrow$ gazul NU cedează căldură

c) Într-o destindere izotermă, gazul primește căldură pe care o transformă în lucru mecanic (și mărește volumul)



d) "încălzire" $\Rightarrow$ gazul primește căldură, NU cedează

2. O cantitate ν de gaz ideal se destinde adiabatic, iar temperatura se modifică de la T_i la T_f . Lucrul mecanic efectuat de gaz poate fi exprimat, în funcție de exponentul adiabatic $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$, prin relația:

a. $L = \nu \frac{\gamma R}{\gamma - 1} (T_f - T_i)$ b. $L = \nu \frac{R}{\gamma + 1} (T_f - T_i)$ c. $L = \nu \frac{R}{\gamma - 1} (T_f - T_i)$ d. $L = \nu \frac{R}{1 - \gamma} (T_f - T_i)$ (3p)

$$\Delta U = Q - L$$

destindere adiabatică $\Leftrightarrow \begin{cases} Q = 0 \\ \nu_f > \nu_i \end{cases} \quad \Rightarrow L = -\Delta U \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow L = -\nu C_v (T_f - T_i)$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v} \Rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = +\nu \frac{R}{\gamma - 1} (T_f - T_i) \Rightarrow L = \nu \frac{R}{1 - \gamma} (T_f - T_i)$$

3. Simbolurile mărimilor fizice fiind cele utilizate în manualele de fizică, unitatea de măsură în S.I. pentru mărimea fizică exprimată prin produsul $p \cdot V$ poate fi scrisă în forma:

a. $J \cdot m$

b. $N \cdot m$

c. $N \cdot m^{-1}$

d. $J \cdot m^{-3}$

(3p)

$$[p \cdot V] = [E] = J = N \cdot m$$

$$[p \cdot V] = \left[\frac{F}{S} \cdot V \right] = \frac{N}{m^2} \cdot m^3 = N \cdot m$$

4. O cantitate de gaz ideal biatomic ($C_v = 2,5R$) se destinde la presiune constantă primind căldura $Q = 140 \text{ kJ}$. Variația energiei interne a gazului este:

a. $\Delta U = 350 \text{ kJ}$

b. $\Delta U = 140 \text{ kJ}$

c. $\Delta U = 100 \text{ kJ}$

d. $\Delta U = 70 \text{ kJ}$

(3p)

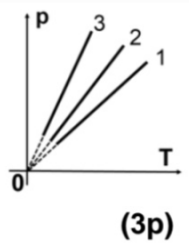
$$\begin{aligned} Q &= \nu C_p \Delta T = \nu (R + C_v) \Delta T = 3.5 \nu R \Delta T \\ \Delta U &= \nu C_v \Delta T = \nu (2.5 R) \Delta T \end{aligned} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta U}{Q} = \frac{2.5 \cancel{\nu R \Delta T}}{3.5 \cancel{\nu R \Delta T}} \Rightarrow \Delta U = Q \times \frac{2.5}{3.5}$$

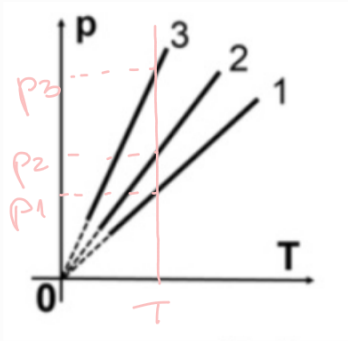
$$\Delta U = 140 \times \frac{2.5}{3.5} \Rightarrow \Delta U = 100 \text{ J}$$

5. În figura alăturată sunt reprezentate, în coordonate $p-T$, trei transformări la volum constant pentru același gaz ideal. Relația între densitățile gazului în cele trei procese este:

- a. $\rho_3 > \rho_2 > \rho_1$
- b. $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$
- c. $\rho_3 > \rho_1 > \rho_2$
- d. $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3$



Din grafic putem afla o relație între pantele funcțiilor.



$$\frac{p_3}{T_3} > \frac{p_2}{T_2} > \frac{p_1}{T_1}$$

Știm că :

$$pV = \nu RT$$

și

$$\nu = \frac{m}{\mu}$$

și

$$\Rightarrow \frac{\nu R T_3}{V_3 T_3} > \frac{\nu R T_2}{V_2 T_2} > \frac{\nu R T_1}{V_1 T_1}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{V_3} \cdot \frac{R}{\mu} > \frac{m}{V_2} \cdot \frac{R}{\mu} > \frac{m}{V_1} \cdot \frac{R}{\mu}$$

$$\Rightarrow \rho_3 > \rho_2 > \rho_1$$

II. Rezolvați următoarea problemă:**(15 puncte)**

Un cilindru orizontal, închis la ambele capete, este împărțit în două compartimente printr-un piston termoizolant, de grosime neglijabilă și care se poate deplasa fără frecare. Într-un compartiment se află neon ($\mu_1 = 20 \text{ g/mol}$), iar în celălalt se află oxigen ($\mu_2 = 32 \text{ g/mol}$). Masele celor două gaze sunt egale. Temperatura în ambele compartimente este aceeași, $t_1 = 27^\circ\text{C}$, iar pistonul se află în echilibru mecanic. Cantitatea totală de gaz din cilindru este $\nu = 6,5 \text{ mol}$. Gazele sunt considerate ideale.

a. Calculați raportul dintre lungimile compartimentelor ocupate de cele două gaze l_1 / l_2 .

b. Determinați cantitatea de neon din cilindru.

c. Se modifică temperatura oxigenului până la valoarea pentru care pistonul se află în echilibru la mijlocul cilindrului. Determinați variația temperaturii oxigenului, considerând că temperatura neonului nu se modifică.

d. Calculați masa molară a amestecului de gaze obținut prin îndepărtarea pistonului.

a) Ecuația de stare : $pV = \nu RT$.

Pistonul este în echilibru mecanic, deci presiunile celor două gaze sunt egale.

$$\left\{ \begin{array}{l} pV_1 = \nu_1 RT \\ pV_2 = \nu_2 RT \\ \nu_1 = m/\mu_1 \\ \nu_2 = m/\mu_2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} pV_1 = \frac{mRT}{\mu_1} \\ pV_2 = \frac{mRT}{\mu_2} \end{array} \right. \quad \text{împărțim cele 2 relații}$$
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{l_1 \cdot S}{l_2 \cdot S} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1} = 1.6$$

b) Știm că $\nu = \frac{m}{\mu}$, deci

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu_1 = \frac{m}{\mu_1} \\ \nu_2 = \frac{m}{\mu_2} \end{array} \right. \quad \text{(împărțim relațiile)} \Rightarrow \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \Leftrightarrow \frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\nu_2 + \nu_1}{\nu_1} = \frac{\mu_1 + \mu_2}{\mu_2} \Leftrightarrow \frac{\nu}{\nu_1} = \frac{\mu_1 + \mu_2}{\mu_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_2 = V \cdot \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} = 6.5 \times \frac{32}{20 + 32} = 4 \text{ moli}$$

c)

μ_1, m t_1, p, V_1	μ_2, m t_1, p, V_2	$\Rightarrow$	μ_1, m t_1, p', V'	μ_2, m t_2', p', V'
-----------------------------	-----------------------------	---------------	-----------------------------	------------------------------

INITIAL

FINAL

În final există echilibru mecanic (p') iar volumele gazelor sunt egale (V').

Gazul μ_1 trece printr-o transformare izotermă (t_1).

Scriem ecuațiile de stare ale celor 2 gaze în starea finală.

$$\begin{cases} p'V' = \nu_1 RT_1 \\ p'V' = \nu_2 RT_2 \end{cases} \Rightarrow \nu_1 T_1 = \nu_2 T_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{scădem 1} \quad \Leftrightarrow \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_1}$$

$$\Rightarrow \Delta T (=T_2 - T_1) = T_1 \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_2} = T_1 \frac{\frac{m}{\mu_1} - \frac{m}{\mu_2}}{\frac{m}{\mu_2}}$$

$$\Rightarrow \Delta T = T_1 \times \frac{\mu_2(\mu_2 - \mu_1)}{\mu_1 \mu_2} = T_1 \times \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1} = 300 \times \frac{32 - 20}{20} = 180 \text{ K}$$

d) Masa molară a amestecului este masa totală împărțită la cantitatea totală de gaz. Masele celor 2 gaze sunt egale (m), deci masa totală este $2m$. Cantitatea totală (V) este suma cantităților ($V_1 + V_2$).

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{m_{\text{am}}}{\mu_{\text{am}}} \\ V &= V_1 + V_2 \\ V_1 &= \frac{m}{\mu_1} \\ V_2 &= \frac{m}{\mu_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mu_{\text{am}} = \frac{m_{\text{am}}}{V} = \frac{2m}{\frac{m}{\mu_1} + \frac{m}{\mu_2}} \quad (=\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) \mu_{\text{am}} = \frac{2m}{\frac{m(\mu_1 + \mu_2)}{\mu_1 \mu_2}}$$

$$\Rightarrow \mu_{\text{am}} = \frac{2\mu_1\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{2 \times 20 \times 32}{20 + 32} = \frac{1280}{52} \approx 24.6 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

III. Rezolvați următoarea problemă:

(15 puncte)

O cantitate de gaz ideal poliatomic ($C_V = 3R$) parcurge ciclul termodinamic $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ reprezentat în coordonate $V-T$ în figura alăturată.

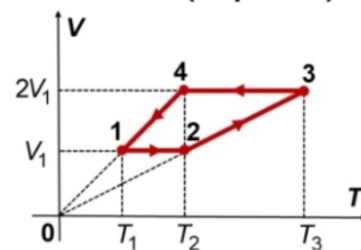
Parametrii gazului în starea inițială sunt $p_1 = 2,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ și $V_1 = 1,0 \text{ dm}^3$.

a. Reprezentați ciclul termodinamic în coordonate $p-V$.

b. Calculați variația energiei interne a gazului între starea 1 și starea 3.

c. Determinați căldura primită de gaz în cursul unui ciclu.

d. Determinați randamentul unui motor termic care ar funcționa după un ciclu Carnot între temperaturile extreme atinse de gaz în decursul ciclului termodinamic dat.



a) $1 \rightarrow 2$: transformare izocoră ($V_1 = V_2$, volum constant)

$2 \rightarrow 3$: transformare izobară

$$\left(\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \right) \Rightarrow \frac{p_2}{p_3} = \frac{p_1}{p_3},$$

$$pV = \nu RT$$

rezultă că $p_2 = p_3$, presiune constantă

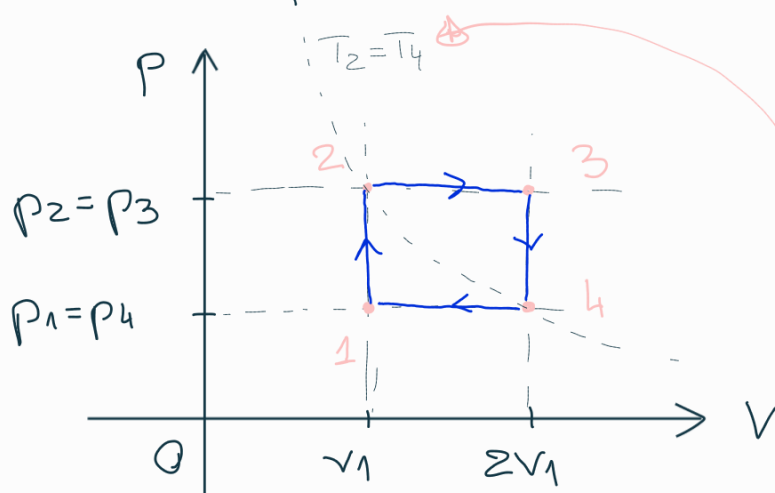
$3 \rightarrow 4$: transformare izocoră (la un volum mai mare decât transformarea izocoră precedentă, $1 \rightarrow 2$)

$$V_3 = V_4 > V_1 = V_2$$

$4 \rightarrow 1$: transformare izobară (la o presiune mai mică decât transformarea izobară precedentă, $2 \rightarrow 3$)

$$\frac{V_4}{T_4} = \frac{V_1}{T_1} > \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow \frac{1}{p_4} = \frac{1}{p_1} > \frac{1}{p_2} = \frac{1}{p_3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_4 = p_1 < p_2 = p_3$$



Stările 2 și 4 se află pe aceeași izotermă.

b) Variația energiei interne între 2 stări depinde de diferența de temperatură:

$$\Delta U_{13} = \nu C_V \Delta T_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) \quad (1)$$

Scriem ecuațiile de stare, și înlocuim în funcție de termeni cunoscuți:

$$\begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_2 V_2 = \nu R T_2 \\ p_3 V_3 = \nu R T_3 \\ p_4 V_4 = \nu R T_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_2 V_1 = \nu R T_2 \\ 2p_2 V_1 = \nu R T_3 \\ 2p_1 V_1 = \nu R T_2 \end{cases} \quad (3)$$

Încercăm să împărțim relațiile între ele a.i. să obținem ecuații care să facă legătura între T_1 și T_3

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{2p_2}{p_1} = \frac{T_3}{T_1} \\ p_2 = 2p_1 \end{cases} \Rightarrow T_3 = 4T_1 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \Delta U_{13} = \nu C_V (4T_1 - T_1) = \nu C_V \times 3T_1$$

Nu știm valoarea lui ν , așa că ne folosim de ($C_V = 3R$) și ecuația de stare ($pV = \nu RT$) ca să rescriem:

$$\Delta U_{13} = \nu \times 3R \times 3T_1 = 9 \nu R T_1 = 9 p_1 V_1$$

$$\Delta U_{13} = 9 \times 2 \times 10^5 \times 1 \times 10^{-3}$$

$$\Delta U_{13} = 1800 \text{ J}$$

c) Întrebarea se referă la căldura primită în transformările în care gazul primește căldură din exterior, adică în care $Q > 0$. Nu se referă la căldura 'netă' primită în tot ciclul.

Scriem căldura pentru cele 4 transformări, ca să identificăm transformările în care gazul primește căldură.

$$Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1), T_2 > T_1 \Rightarrow Q_{12} > 0 \text{ (} Q_{12} \text{ primit)}$$

$$Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2), T_3 > T_2 \Rightarrow Q_{23} > 0 \text{ (} Q_{23} \text{ primit)}$$

$$Q_{34} = \nu C_v (T_4 - T_3), T_4 = T_2 < T_3 \Rightarrow Q_{34} < 0 \text{ (} Q \text{ cedat)}$$

$$Q_{41} = \nu C_p (T_1 - T_4), T_4 = T_2 > T_1 \Rightarrow Q_{41} < 0 \text{ (} Q \text{ cedat)}$$

Obs. Se poate observa și doar din graficul pV care sunt transformările în care $Q > 0$.

Deci căldura primită este $Q_p = Q_{12} + Q_{23}$

$$\Rightarrow Q_p = \nu C_v (T_2 - T_1) + \nu C_p (T_3 - T_2) \quad (4)$$

$$\text{Din } (3), \left\{ \begin{array}{l} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_2 V_1 = \nu R T_2 \\ 2 p_2 V_1 = \nu R T_3 \\ 2 p_1 V_1 = \nu R T_2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} T_3 = 4 T_1 \\ T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = T_1 \frac{2 p_1}{p_1} = 2 T_1 \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\text{Știm că } C_p = C_v + R \quad (6)$$

$$\text{Deci, din } (4), (5), (6) \Rightarrow Q_p = \nu C_v T_1 + 2 \nu C_p T_1$$

$$\Rightarrow Q_p = \nu C_v T_1 + 2 \nu (C_v + R) T_1 = 3 \nu R T_1 + 2 \nu \times 4 R \times T_1$$

$$= 3 \nu R T_1 + 8 \nu R T_1 = 11 \nu R T_1 = 11 p_1 V_1 =$$

$$= 11 \times 2 \times 10^5 \times 1 \times 10^{-3} = 2.2 \text{ kJ}$$

d) Randamentul unui motor termic care funcționează după un ciclu Carnot depinde doar de temperaturile extreme (minim și maxim), în cazul nostru T_1 și T_3 .

$$\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \quad \left. \vphantom{\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}} \right\} \Rightarrow$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow T_3 = 4T_1$$

$$\Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{\cancel{T_1}}{\cancel{4T_1}} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0.75 = 75\%$$

OBS. η_c ar fi randamentul procesului dacă ar funcționa după un ciclu Carnot. Nu este randamentul ciclului din problemă.



Felicitări!

Tocmai ai făcut un pas important către succesul tău la Bacalaureat. 🌟

Știm că acest an este plin de provocări, dar ține minte: cu fiecare pagină citită și exercițiu rezolvat, ești mai aproape de visurile tale.

Nu trebuie să faci acest drum singur.

La i-școala.ro, suntem alături de tine cu:

- Lecții video clare și bine structurate,
- Teste grilă pentru a-ți verifica progresul,
- Materiale PDF care te ghidează pas cu pas.

Intră acum pe www.i-scoala.ro și lasă-ne să te ajutăm să înveți fără stres, cu încredere în forțele tale.

Tu poți reuși. Noi credem în tine. 💪

Răzvan Timofciuc
Fondator i-școala.ro

Te ajutam să înțelegi
informația, fără toceală
și fără stres

www.i-scoala.ro